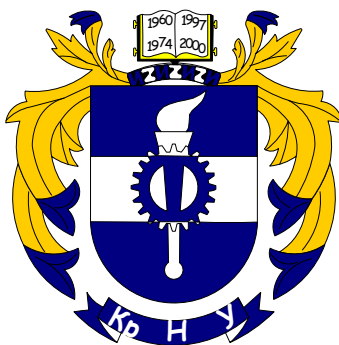


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ, ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ
І СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ЩОДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ
ТА СИСТЕМИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ»
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ТА ЗАОЧНОЇ ФОРМ НАВЧАННЯ
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ
141 «ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА, ЕЛЕКТРОТЕХНІКА
ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА»
ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНОЇ ТА ОСВІТНЬО-НАУКОВОЇ ПРОГРАМ
«ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ

КРЕМЕНЧУК 2018

Методичні вказівки щодо виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Математичні методи моделювання та системи оптимального керування» для студентів всіх форм навчання зі спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, освітньо-професійної та освітньо-наукової програм «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод».

Укладачі: к.т.н., доцент Ю. В. Зачепа

к.т.н., старш. викл. Н. В. Зачепа

Рецензент к.т.н., доцент В. О. Огарь

Кафедра систем автоматичного управління і електроприводу

Затверджено методичною радою КрНУ імені Михайла Остроградського

Протокол № “___” від “___” _____ 2018 р.

Заст. голови методичної ради _____ доц. С. А. Сергієнко

Практична робота № 1

Тема роботи: Направлене нормування об'єкта управління. Реалізація об'єктів управління в різних фазових просторах

Мета роботи: Провести практичний розрахунок системи ТП-ДПС у різних фазових просторах.

Короткі теоретичні відомості.

Вихідною точкою аналізу і синтезу будь-якої системи автоматичного управління є створення її математичного опису, тобто системи рівнянь, що характеризують залежності координат системи від зовнішніх впливів і одна від одної.

При описі лінійних чи лінеаризованих систем найбільше поширення дістало представлення системи у виді передатних функцій, матричних рівнянь, структурних схем, системи диференціальних рівнянь.

Розглянемо об'єкт керування, рух якого описується системою диференціальних рівнянь у формі Коші:

$$p x_k = f_k(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_j, t), \quad k = 1, \dots, n, \quad (1.1)$$

де x_1, \dots, x_n - перемінні стани об'єкта керування, сукупність яких утворює n -мірний вектор стану $x = (x_1, \dots, x_n)$; u_1, \dots, u_j - керуючі впливи, що утворюють j -мірний вектор керування $u = (u_1, \dots, u_j)$; f_k - відомі функції, визначені для будь-яких значень x і u , - безперервні і безперервно-диференційовані необхідну кількість раз по x , u і t ; $p = d/dt$ - оператор диференціювання.

Рішення системи (1) являє собою закон руху точки, що зображує, x у фазовому просторі, а шлях, описуваний цією точкою, траєкторію руху.

Якщо функції f_k розкласти в ряд Тейлора в околиці деякої точки x_1, \dots, x_n ; u_1, \dots, u_j і виключити нелінійні члени, то рівняння (1.1) у першій наближенні можна представити у виді:

$$p x_i = \sum_{k=1}^n c_{ik} x_k(t) + \sum_{r=1}^j s_{ir} u_{yr}(t), \quad i = 1, \dots, n, \quad j \leq n. \quad (1.2)$$

У самому загальному випадку коефіцієнти c_{ik} і s_{ir} є відомими чи випадковими функціями часу. Вони характеризують перемінні параметри електромеханічної системи, до яких відносяться сталі часу, коефіцієнти підсилення і т.п. Якщо зміна цих параметрів не виходить за межі діапазону, що допускає безаварійну роботу електромеханічної системи, то при синтезі систем управління ці коефіцієнти можуть бути прийняті постійними і відповідними номінальним параметрам об'єкта керування, тому що такі зміни не приводять до порушення стабільності керованого руху.

Керуюче вплив u_r при подальшому розгляді приймається скалярною функцією, що скалярно входить в систему, тобто електромеханічна система розглядається як одноз'язаний об'єкт з одним входом, на який подається один сигнал керування. Тоді рівняння (1.2) буде мати вигляд:

$$p x_i = \sum_{k=1}^n c_{ik} x_k + s_n u_{yn}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.3)$$

Коефіцієнти c_{ik} , s_n – визначаються параметрами силової частини електропривода і мають відповідні розмірності. Це робить систему (1.3) розмірної і вносить визначених труднощів у процедури синтезу і дослідження систем керування. Шляхом уведення відносних значень залежних і незалежних перемінні системи:

$$y_i = \frac{x_i}{x_{im}}, \quad u = \frac{u_{yn}}{u_{ym}}, \quad (1.4)$$

система (1.3) приводиться до безрозмірної форми:

$$p y_i = \sum_{k=1}^n b_{ik} y_k + m_n u, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.5)$$

Рациональний вибір базових значень x_{im} і u_{ym} у (1.4) дозволяє максимально спростити вирази для коефіцієнтів:

$$b_{ik} = c_{ik} \frac{x_{km}}{x_{im}}, \quad m_n = s_n \frac{u_{ym}}{x_{nm}},$$

які завжди мають розмірність 1/с.

У теорії оптимального керування використовується концепція збуреного-незбуреного руху. Серед усіх траєкторій руху системи (1.5) завжди можна виділити шуканий рух

$$y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*), \quad (1.6)$$

яке додається об'єкту керування бажаним (програмним) керуванням u^* .

Такий рух називається незбуреним. При синтезі систем оптимального керування варто розглядати тільки такі бажані траєкторії руху, що фізично можуть бути реалізовані. Рух точки, що зображує, по фізично реалізованій траєкторії буде стійким. Реальний рух завжди відрізняється від бажаного з ряду причин (нестабільність параметрів об'єкта керування, неточна інформація про зовнішні збурень, що діють на систему тощо)

Концепція збуреного-незбуреного руху зв'язує усталеність рішення системи (1.5) з можливістю досяжності бажаної траєкторії руху.

Реальний рух об'єкта керування відрізняється від бажаного на величину відхилення

$$\eta_i(t) = y_i(t) - y_i^*(t), \quad i = 1, \dots, n; \quad (1.7)$$

$$U(t) = u(t) - u^*(t). \quad (1.8)$$

Тоді система (1.13) у просторі відхилень прийме вид:

$$p\eta_i = \sum_{k=1}^n b_{ik} \eta_k + m_n U, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1.9)$$

Система (1.9) називається системою диференціальних рівнянь збуреного руху, чи системою диференціальних рівнянь у відхиленнях. Слід зазначити, що фазові простори реального руху $y(t)$, бажаного руху $y^*(t)$ і збуреного руху $\eta(t)$ мають однакову розмірність.

У процесі структурно-алгоритмічного синтезу важлива роль приділяється раціональному вибору базису вектора стану об'єкта управління це дозволяє синтезувати закон управління різними структурними схемами, що відрізняються сполученням вимірюваних і спостерігаємих змінних, складністю технічної реалізації і набором вимірників (датчиків), статичними властивостями і різним

ступенем чутливості до параметричних і координатних збурень.

Для однозв'язної системи з одним керуючим впливом, до якого відноситься система електропривода, широко застосовуються рівняння динаміки у формі Фробеніуса, коли окремі координати фазового простору відображають реальні перемінні стани об'єкта управління, а інші характеризують деякий фіктивний перемінні, обчислення яких дозволяє відновити повний вектор стану досліджуваного об'єкта.

Система диференціальних рівнянь, що описує динаміку об'єкта управління у формі Фробеніуса, має вид:

$$\begin{aligned} p\hat{\eta}_i &= \hat{\eta}_{i+1}; \quad (i = 1, \dots, n-1), \\ p\hat{\eta}_n &= \sum_{i=1}^n -a_i \hat{\eta}_i + M_n U, \end{aligned} \quad (1.10)$$

Дане вираження визначає простоту спостереження невимірюваних перемінні системи через вимірювані.

Якщо вважати, що координатні осі η_1, u і $\hat{\eta}_1, U$ систем (1.5) і (1.10) сполучені відповідно, тобто $\eta_1 = \hat{\eta}_1$ і $u = U$, то коефіцієнти a_i системи (1.10) обчислюються через коефіцієнти b_{ik} системи (1.5) у результаті рішення рівняння:

$$\begin{vmatrix} b_{11} - p & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} - p & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} - p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -p & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n - p \end{vmatrix}, \quad (1.11)$$

а коефіцієнт M_n - з рівняння:

$$\begin{vmatrix} 0 & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} - p & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_n & b_{n2} & \dots & b_{nn} - p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -p & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_n & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n - p \end{vmatrix}. \quad (1.12)$$

Якщо сполучені координатні осі з індексом 2, то коефіцієнти a_{ik} визначаються як рішення рівняння (1.11), а коефіцієнт M_n як рішення рівняння:

$$\begin{vmatrix} b_{11} - p & 0 & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & 0 & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & m_n & \dots & b_{nn} - p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -p & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & M_n & -a_3 & \dots & -a_n - p \end{vmatrix}. \quad (1.13)$$

Аналогічно для інших змінних.

Розглянуті вище системи диференціальних рівнянь можуть бути використані для опису динаміки того самого об'єкта управління в різних фазових просторах перемінних.

Хід роботи.

1. Згідно з варіантом, для схеми, що приведена на рис. 1, скласти систему диференційних рівнянь у формі Коші. Навести структурну схему даної системи.

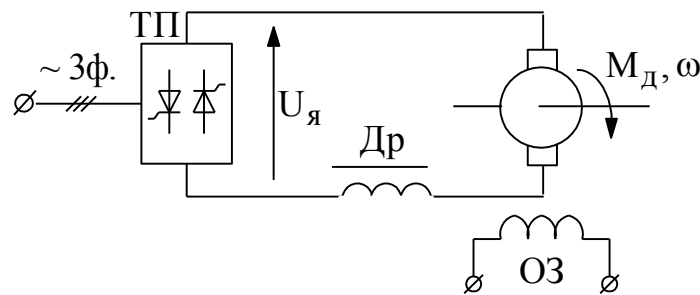


Рис. 1 Електрична схема системи ТП-Д

2. Провести розрахунок параметрів системи ТП-ДПС за паспортними даними ДПС (таблиця 1 у додаток).

3. Пронормувати систему диференційних рівнянь, та обчислити необхідні для моделювання коефіцієнти, навести структурну схему.

4. Отримати рівняння динаміки для системи ТП-ДПС у формі Фробеніуса. Розрахувати коефіцієнти a_{ik} та M_n при суміщенні головних координат системи, навести структурну схему.

Практична робота № 2

Тема роботи: Дослідження двоконтурної системи підпорядкованого регулювання.

Мета роботи: Провести оптимізацію двоконтурної системи підпорядкованого регулювання на модульний та симетричний оптимуми.

Короткі теоретичні відомості.

Для реалізації заданих законів зміни керованої змінної і компенсації різних збурюючих впливів, на об'єкт керування подається керуючий вплив, що виробляється керуючим пристроєм (регулятором). Рішення компромісної задачі забезпечення заданої статичної точності САК при необхідній якості процесу керування досягається введенням спеціальних коригувальних пристроїв, що змінюють динаміку системи в потрібному напрямку.

При побудові системи підпорядкованого регулювання (СПР) із послідовною корекцією об'єкт керування розбивають на n частин, число яких дорівнює кількості керованих змінних силовий частини ЕП (чи числу великих сталих часу системи, що підлягають компенсації). Автоматичний керуючий пристрій складається з n регуляторів ($W_{p1} \div W_{pn}$), включених послідовно, причому кожний внутрішній контур регулювання підлеглий наступному, зовнішньому (стосовно внутрішнього) контуру. У таких системах головною керованою змінною є та, котра визначає основну мету керування. Інші змінні вважаються допоміжними, тому що вони є підлеглими головній перемінній. Крім того, допоміжні перемінні також знаходяться у взаємному підпорядкуванні. Ця підпорядкованість виражається в тім, що задане значення регульованої перемінній будь-якого внутрішнього контуру визначається вихідним сигналом регулятора наступного контуру.

Настроювання багатоконтурної СПР (розрахунок і вибір елементів послідовних коригувальних ланцюгів, тобто вибір типу регулятора і розрахунок його параметрів) досягається послідовною оптимізацією контурів системи, починаючи з внутрішнього і закінчуючи зовнішнім. Під оптимізацією розуміють

таке настроювання контуру, яке щонайкраще відповідає поставленим вимогам. Основна вимога до динаміки системи – відхилення регульованої величини від заданого значення повинні усуватися регулятором за найкоротший час і з мінімальним перерегулюванням. У реальних системах ці дві вимоги звичайно вступають у протиріччя.

Технічно оптимальним перехідним процесом вважається такий процес, при якому час зміни регульованої величини від нуля до сталого значення був би мінімально можливим при перерегулюванні σ , що не перевищувало б припустиме значення. Такий перехідний процес при східчастій зміні впливу, що задається, є компромісним між процесом більш швидким, але з великим перерегулюванням, і процесом із меншим перерегулюванням, але більш повільним. Таке настроювання одержало назву модульний оптимум (МО).

Регулятор вибирається таким чином, що розглянутий контур описується передатною функцією коливальної ланки з коефіцієнтом демпфірування $\xi = \sqrt{2}/2$. Причому поведження замкнутого оптимізованого контуру визначається тільки малою некомпенсованою сталою часу T_{μ} .

При необхідності зведення до нуля статичної похибки у контурі з об'єктом у вигляді інтегруючої ланки (підвищення астатизму) може бути досягнуто шляхом використання ІІІ-регулятора замість пропорційного, тобто шляхом настроювання на симетричний оптимум.

2.1 Синтез регуляторів та розрахунок параметрів двоконтурної системи підпорядкованого регулювання при оптимізації за модульним оптимумом (МО)

Необхідно синтезувати регулятори струму і швидкості та розрахувати параметри електропривода системи тиристорний перетворювач - двигун постійного струму незалежного збудження. Розрахунок параметрів регулятора зробити з умови оптимізації контурів регулювання на МО.

На підставі функціональної схеми системи ТП–ДПС (рис. 2.1) складена структурна схема для дослідження динамічних характеристик (рис. 2.2).

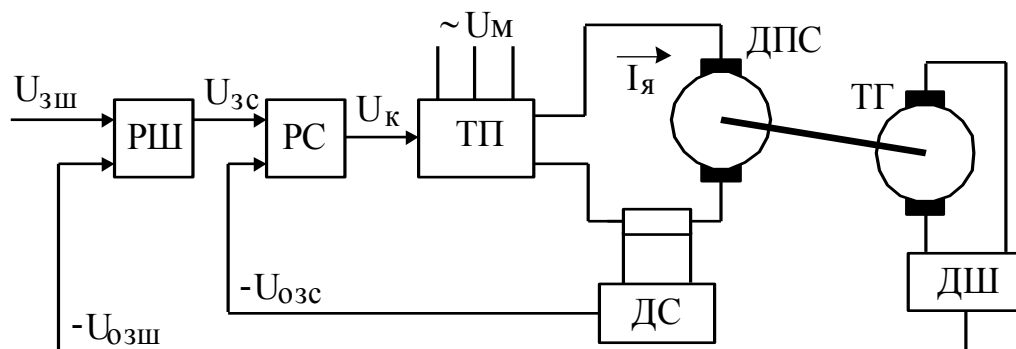


Рис. 2.1 Функціональна схема системи ТП-ДПС

Кожний з елементів системи представлений динамічною ланкою: перетворювач, якірний ланцюг електропривода, механічна частина електропривода, ланцюг від'ємного зворотного зв'язку по регульованих параметрах - струму та швидкості.

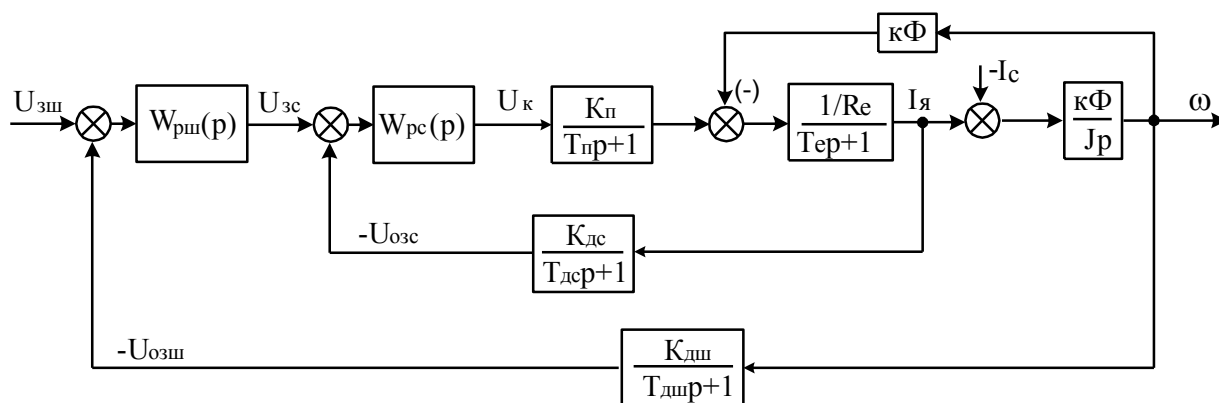


Рис. 2.2 Структурна схема системи ТП-ДПС

Динамічні ланки містять коефіцієнти передачі і сталі часу, що необхідно визначити для розрахунку параметрів регуляторів.

Синтез регулятора струму (РС) при настройці контуру струму на модульний оптимум (МО).

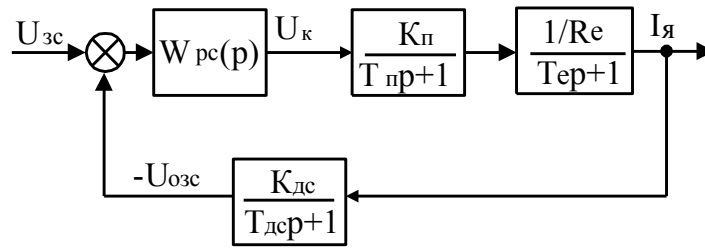


Рис. 2.3 Структурна схема контуру струму

Передаточна функція розімкнутого контуру, налаштованого на МО:

$$W_p^{MO}(p) = \frac{1}{2T_{\mu}p(T_{\mu}p + 1)} \quad (2.1)$$

Передаточна функція контуру струму:

$$\begin{aligned} W_p^{KC}(p) &= W_{pc}(p) \cdot W_{п}(p) \cdot W_{ял}(p) \cdot W_{дс}(p) = \\ &= W_{pc}(p) \cdot \frac{k_{п}}{T_{пp+1}} \cdot \frac{1/R_e}{T_{еп+1}} \cdot \frac{k_{дс}}{T_{дсp+1}} \approx W_{pc}(p) \cdot \frac{k_{п} \cdot k_{дс}}{T_{\mu c}p+1} \cdot \frac{1/R_e}{T_{еп+1}}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

де $T_{\mu c}$ - мала некомпенсована стала часу контуру струму:

$$T_{\mu c} = T_{дс} + T_{п}.$$

При настроюванні контуру струму на МО:

$$W_p^{MO}(p) = W_p^{KC}(p). \quad (2.3)$$

Знаходимо передаточну функцію регулятора струму:

$$W_{pc}(p) = k_{pc} + \frac{1}{T_{pc}p}, \quad (2.4)$$

де k_{pc} - коефіцієнт передачі РС; T_{pc} - стала часу РС.

Синтез регулятора струму (РС) при настройці контуру струму на модульний оптимум (МО).

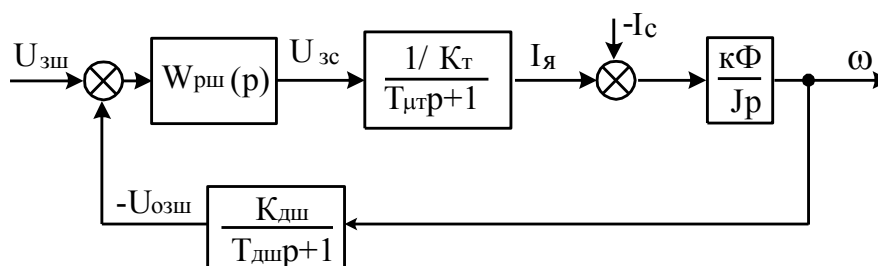


Рис. 2.4 Структурна схема контуру швидкості

Передаточна функція контуру швидкості:

$$\begin{aligned} W_p^{KШ}(p) &= W_{рш}(p) \cdot W_3^{KC}(p) \cdot W_{мч}(p) \cdot W_{дш}(p) = \\ &= W_{рш}(p) \cdot \frac{1/k_{дс}}{2T_{\mu c}p(T_{\mu c}p+1)} \cdot \frac{k\Phi}{Jp} \cdot \frac{k_{дш}}{T_{дш}p+1} = W_{рш}(p) \cdot \frac{(1/k_{дс}) \cdot k\Phi \cdot k_{дш}}{Jp \cdot (T_{\mu ш}p+1)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

де $T_{\mu ш}$ - мала некомпенсована стала часу контуру швидкості:

$$T_{\mu ш} = T_{дш} + 2T_{\mu c}.$$

При настроюванні контуру струму на МО:

$$W_p^{MO}(p) = W_p^{KШ}(p). \quad (2.6)$$

Знаходимо передаточну функцію регулятора швидкості:

$$W_{рш}^П(p) = k_{рш}. \quad (2.7)$$

Коефіцієнти, що необхідні для розрахунку параметрів моделі двоконтурної системи підпорядкованого регулювання:

– коефіцієнт передачі ТП:

$$k_{\Pi} = \frac{E_{\Pi}}{U_{к\max}}, \quad (2.8)$$

де $E_{\Pi} = 1,1U_{\Pi\Pi}$ – е.р.с. ТП на холостому ході при максимальному значенні напруги керування $U_{к\max} = 10\text{В}$;

– T_{Π} – стала часу ТП, для трифазної мостової схеми випрямляча і напівпровідникового СІФК $T_{\Pi} = 0,004\text{с}$;

– коефіцієнт передачі датчика струму:

$$k_{дс} = \frac{U_{ззс\max}}{I_{\max\text{ доп}}}, \quad (2.9)$$

де $U_{ззс\max}$ – максимальна напруга зворотного зв'язку за струмом якоря (10В);

$I_{\max\text{ доп}}$ – максимально допустиме значення струму якірного кола,

$$I_{\max\text{ доп}} = (1,5 \div 2,5)I_{\text{н}}; \quad (2.10)$$

– коефіцієнт передачі датчика швидкості:

$$k_{\text{дш}} = \frac{U_{\text{ззш max}}}{\omega_{\text{max}}}, \quad (2.11)$$

де $U_{\text{ззш max}}$ – максимальна напруга зворотного зв'язку за швидкістю обертання (10 В); $\omega_{\text{max}} = \omega_0$ – швидкість ідеального холостого ходу;

– сталі часу датчиків струму та швидкості, обумовлені наявністю фільтруючих компонентів: $T_{\text{дс}} = T_{\text{дш}} = 0,002$ с.

2.2 Синтез регуляторів та розрахунок параметрів двоконтурної системи підпорядкованого регулювання при оптимізації за симетричним оптимумом (СО)

Передаточна функція розімкненого контуру, налаштованого на МО має вигляд:

$$W_p^{\text{co}}(p) = \frac{4T_{\mu}p + 1}{8T_{\mu}^2p^2(T_{\mu}p + 1)}. \quad (2.12)$$

Передаточна функція замкненого контуру:

$$W_3^{\text{co}}(p) = \frac{4T_{\mu}p + 1}{(2T_{\mu}p + 1)(4T_{\mu}^2p^2 + 2T_{\mu}p + 1)}. \quad (2.13)$$

Синтез ПІ-регулятора швидкості здійснюється за аналогічною методикою, наведеною вище. Таким чином:

$$W_{\text{рш}}^{\text{пі}}(p) = \frac{W_p^{\text{co}}(p)}{W_3^{\text{кс}}(p) \cdot W_{\text{мч}}(p) \cdot W_{\text{дш}}(p)} = k_{\text{рш}} + \frac{1}{T_{\text{рш}}p}, \quad (2.14)$$

де $k_{\text{рш}}$ – коефіцієнт передачі РШ; $T_{\text{рш}}$ – стала часу РШ.

Хід роботи.

1. Для структурної схеми, що приведена на рис. 2.1, згідно з викладеною методикою отримати передаточні функції регулятора струму та регулятора швидкості при настроюванні контуру швидкості на модульний та симетричний оптимуми.

2. Згідно з варіантом (вихідні дані наведені у додатку у таблиці 1) розрахувати коефіцієнти зворотних зв'язків за струмом та швидкістю. Розрахувати коефіцієнти регуляторів струму та швидкості.

Практична робота № 3

Тема роботи: Синтез оптимальної СКЕП методом аналітичного конструювання регуляторів.

Мета роботи: Оволодіти навичками структурного синтезу систем оптимального управління електроприводами методом аналітичного конструювання регуляторів.

Короткі теоретичні відомості.

У процесі розвитку електропривода були розроблені системи керування з паралельною, послідовно-паралельною та послідовною корекцією.

Найбільшого поширення отримали лінійні системи підпорядкованого регулюванням з послідовною корекцією завдяки простій методиці їхнього розрахунку і налагодження. Ці системи в багатьох випадках задовольняють вимогам, що висуваються до електропривода. Однак такі системи мають і істотний недолік - високу чутливість, до параметричних і зовнішніх збурень. Відомо, що в процесі експлуатації відбувається старіння елементів системи, збільшуються температурні погрішності, міняються характеристики окремих вузлів (сталі часу, коефіцієнти підсилення). Зміна параметрів об'єкта керування і контурів регулювання відразу ж позначається на якості динамічних режимів роботи електропривода, на якості формування діаграм струму і швидкості електродвигуна.

Недоліком лінійних систем підпорядкованого регулювання є, зокрема, статизм по збуренню одноразово інтегруючих систем і велике динамічне падіння швидкості в дворазово інтегруючих системах. Умови стійкості не дозволяють використовувати в класичних лінійних системах великий коефіцієнт підсилення.

Доведено, що стійкі лінійні системи з нескінченно великим коефіцієнтом підсилення мають властивості інваріантності до параметричних збурень.

Одним з можливих методів синтезу таких систем є аналітичне конструювання регуляторів (АКР), що полягає у визначенні варіаційними методами керування, що мінімізує функціонал

$$J = \int_0^{\infty} \sum_{K=1}^n a_K \cdot \eta_K^2 dt, \quad (3.1)$$

де a_K – вагові коефіцієнти при фазовій координаті $\eta_K = y_K - y_K^*$, що оптимізується в просторі збуреного руху; y_K^*, y_K – бажаний і дійсний рух координати.

Функціонал (3.1) характеризує відхилення дійсної траєкторії руху системи від бажаної. Системи керування, синтезовані таким чином, називаються оптимальними за перехідним процесом.

Сутність структурного синтезу оптимальних керувань шляхом АКР полягає в наступному.

Нехай об'єкт керування з повною спостережливістю фазових координат описаний системою рівнянь у просторі збуреного руху (помилки):

$$p\eta_K = \sum_{a=1}^n b_{Ka} \eta_a + m_K u, \quad k = 1, \dots, n. \quad (3.2)$$

Стійкість руху $y=y^*$ в просторі незбуреного руху переходить у задачу стійкості нульового руху $\eta=0$ системи (3.2) у просторі збуреного руху.

Для об'єкта керування, силова частина якого описується системою лінійних диференціальних рівнянь типу (3.2), при мінімізації інтегрального квадратичного функціонала (3.1) можна визначити оптимальне керування у виді:

$$u^0(\eta_1, \dots, \eta_n) = -\text{sign} \left(\sum_{K=1}^n m_K \frac{\partial V}{\partial \eta_K} \right), \quad (3.3)$$

$$V = \sum_{K,a=1}^n A_{Ka} \eta_K \eta_a, \quad (A_{Ka} = A_{aK}) \quad (3.4)$$

де V – функція Ляпунова (позитивно визначена квадратична форма); A_{Ka} – коефіцієнти функції Ляпунова.

Таким чином, задача синтезу оптимального керування за критерієм (3.1) зводиться до визначення функції Ляпунова (3.4). Таке керування не тільки оптимізує рух фазових координат системи на заданих траєкторіях, але і забезпечує стійкість такого руху.

Найбільш простий метод визначення функцій Ляпунова запропонований Е.А.Барбашиним. Для вихідної системи рівнянь (3.2) n-го порядку перетворення приводять до наступного формі запису визначника для визначення функції Ляпунова:

$$V = -\frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} 0 & \eta_1^2 & 2\eta_1\eta_2 & \dots & 2\eta_1\eta_n & \dots & \eta_2^2 & 2\eta_2\eta_n & \dots & \eta_n^2 \\ a_{11} & c_{11,11} & c_{12,11} & \dots & c_{1n,11} & \dots & c_{22,11} & c_{2n,11} & \dots & c_{nn,11} \\ 2a_{12} & c_{11,12} & c_{12,12} & \dots & c_{1n,12} & \dots & c_{22,12} & c_{2n,12} & \dots & c_{nn,12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2a_{1n} & c_{11,1n} & c_{12,1n} & \dots & c_{1n,1n} & \dots & c_{22,1n} & c_{2n,1n} & \dots & c_{nn,1n} \\ a_{22} & c_{11,22} & c_{12,22} & \dots & c_{1n,22} & \dots & c_{22,22} & c_{2n,22} & \dots & c_{nn,22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2a_{2n} & c_{11,2n} & c_{12,2n} & \dots & c_{1n,2n} & \dots & c_{22,2n} & c_{2n,2n} & \dots & c_{nn,2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{nn} & c_{11,nn} & c_{12,nn} & \dots & c_{1n,nn} & \dots & c_{22,nn} & c_{2n,nn} & \dots & c_{nn,nn} \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

де $c_{ij,kl}$ - постійні речовинні коефіцієнти системи (3.3), що підкоряються наступним співвідношенням:

$$j \leq i, k \leq l, \quad c_{ij,kl} = c_{ji,kl} = c_{ij,lk} = c_{ji,lk}$$

$$c_{ij,kl} = \begin{cases} 0 & i \neq k, \quad j \neq l \\ b_{jl} & i = k, \quad j \neq l \\ b_{ii} + b_{jj} & \text{при } i = k, \quad j = l, i \neq j \\ b_{ii} & i = k = j = l. \end{cases} \quad (3.6)$$

У (3.5) пунктиром виділений визначник Δ , порядок якого (q) шукається за співвідношенням:

$$q = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (3.7)$$

де n – порядок вихідної системи (3.2), що описує об'єкт керування (ОК); для ОК 3-го порядку q=6.

При синтезі оптимальних керувань для конкретної системи деякі з коефіцієнтів можуть бути рівними нулю, тому визначник (3.5) значно спрощується.

Коефіцієнти функції Ляпунова визначаються за співвідношеннями:

$$A_{ka} = \frac{\Delta_{ka}}{\Delta}, \quad (3.8)$$

де Δ – мінор, що відноситься до першого елемента першого рядка визначника (3.5); Δ_{ka} – алгебраїчне доповнення, що відноситься до відповідного елемента першого рядка визначників (3.5), тобто визначник, одержуваний з (3.5) викреслюванням першого рядка і стовпця, що містить добуток перемінних $\eta_k \eta_a$.

Алгоритм оптимального керування відповідно до (3.3) визначається як

$$u^0(\eta_1, \dots, \eta_n) = -\text{sign} \left(\sum_{k=1}^n m_K \sum_{k,a=1}^n A_{ka} \eta_k \right) = -\text{sign} \left(\sum_{k=1}^n m_K \sum_{k,a=1}^n \frac{\Delta_{ka}}{\Delta} \eta_k \right), \quad (3.9)$$

Оскільки при синтезі оптимального керування важливі лише відносні значення величин, то можна винести за знак *sign* і відкинути постійний множник

$$\frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n m_K \text{ (з урахуванням знаку):}$$

$$u^0(\eta_1, \dots, \eta_n) = -\text{sign} \sum_{k,a=1}^n A'_{ka} \eta_k = -\text{sign} \sum_{k,a=1}^n (A'_{1n} \eta_1 + A'_{2n} \eta_2 + \dots + A'_{nn} \eta_n), \quad (3.10)$$

$$\text{де } A'_{ka} = \Delta \cdot A_{ka} = \Delta_{ka}. \quad (3.11)$$

Таким чином алгебраїчні доповнення до визначника Барбашина є ваговими коефіцієнтами в алгоритмах оптимальних регуляторів фазових координат збуреного руху об'єкта керування.

При визначенні алгебраїчних доповнень Δ_{ka} для розрахунку оптимальних керувань $u^0(\eta_1, \dots, \eta_n)$ релейних регуляторів різних фазових координат значення вагових коефіцієнтів a_{kl} при фазових координатах, що оптимізуються, у функціоналі якості (3.1) невідомі. Тому при визначенні оптимального керування регулятора якої-небудь конкретної фазової координати ваговий коефіцієнт a_{kl}

при цій координаті прийнятий рівним одиниці, а вагові коефіцієнти при інших фазових координатах прийняті рівними нулю.

У такий спосіб при $K=n$ (шукається оптимальне керування рухом n -ої фазової координати)

$$u^0 = u_n^0, \quad a_{nn} = 1, \quad a_{11} = a_{12} = \dots = a_{1n} = a_{22} = \dots = a_{2n} = \dots = a_{(n-1)n} = 0.$$

При оптимізації руху декількох фазових координат об'єкта керування на вхід силової частини його повинні по черзі підключатися виходи релейних регуляторів тієї чи іншої фазової координати, що можна забезпечити різними схемними рішеннями. Найбільш доцільним є включення релейних регуляторів за принципом підпорядкованого керування.

У цьому випадку на вхід об'єкта підключається оптимальне керування з виходу того релейного регулятора, що на даному часовому інтервалі працює в ковзному режимі. При такому принципі підключення релейний регулятор кожного внутрішнього контуру є проміжним релейним елементом і повторює переключення зовнішнього контуру (якщо координата внутрішнього контуру не підлягає обмеженню). Таким чином, при цій схемі включення регуляторів вихідні координати кожного зовнішнього контуру не впливають на роботу регулятора наступного (внутрішнього) контуру.

Використання при структурному синтезі систем керування електроприводами принципу підпорядкованого керування забезпечує також можливість простого способу обмеження будь-якої фазової координати на заданому рівні.

АКР непозиційного об'єкта керування

Нехай об'єкт керування з повною спостережливістю фазових координат описаний системою рівнянь у просторі збуреного руху (помилки):

$$\begin{aligned} p\eta_1 &= b_{12}\eta_2 \\ p\eta_2 &= b_{21}\eta_1 + b_{22}\eta_2 + b_{23}\eta_3 \\ p\eta_3 &= b_{33}\eta_3 + m_3u \end{aligned} \quad (3.12)$$

де $y_1 = \omega/\omega_m$, $y_2 = i/i_m$, $y_2^* = i^*/i_m$, $y_3 = E_\pi/E_{\text{ном}}$, $\omega_m = Enm/k\Phi$,
 $i_m = Enm/R_\pi$, $b_{12} = 1/T_m$, $b_{21} = b_{22} = -1/T_\pi$, $b_{23} = 1/T_\pi$, $b_{33} = -1/T_\pi$, $m_3 = 1/T_\pi$.

Регулятор струму. Відповідно до викладеної вище методики структурного синтезу за допомогою АКР ваговий коефіцієнт для визначника Барбашина (3.5) при другій фазовій координаті (при струмі якоря) у функціоналі якості приймається рівним одиниці ($a_{22} = 1$), а інші коефіцієнти $a_{kl} = 0$. Алгоритм оптимального керування $U_{PC}(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$ цього регулятора і вагові коефіцієнти в ньому відповідно до (3.10) і (3.11) рівні:

$$u_{PC}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = -\text{sign}(A'_{13PC}\eta_1 + A'_{23PC}\eta_2 + A'_{33PC}\eta_3) . \quad (3.13)$$

Вагові коефіцієнти A'_{ka} рівні:

$$A'_{13PC} = \begin{vmatrix} 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & 0 & b_{21} & 0 & 0 \\ 0 & b_{23} & 0 & 0 & b_{21} & 0 \\ 0 & b_{12} & 1 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{23} & b_{22} + b_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{23} & b_{33} \end{vmatrix} ,$$

$$A'_{13PC} = -b_{33} \cdot b_{21}^2 \cdot b_{23} \cdot b_{12} . \quad (3.14)$$

Аналогічно для інших коефіцієнтів:

$$A'_{23PC} = b_{23} \cdot b_{33}^2 \cdot b_{12} \cdot b_{21} \quad (3.15)$$

$$A'_{33PC} = -b_{23}^2 \cdot b_{33} \cdot b_{12} \cdot b_{21} \quad (3.16)$$

Тоді:

$$u_{PC}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = -\text{sign}(-b_{33} \cdot b_{21}^2 \cdot b_{23} \cdot b_{12} \eta_1 + b_{23} \cdot b_{33}^2 \cdot b_{12} \cdot b_{21} \eta_2 - b_{23}^2 \cdot b_{33} \cdot b_{12} \cdot b_{21} \eta_3) . \quad (3.17)$$

Виносячи за дужку і відкидаючи постійний множник

$B_{PC} = b_{12} \cdot b_{21} \cdot b_{23} \cdot b_{33}$ одержимо:

$$u_{PC}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = -\text{sign}(-b_{21} \cdot \eta_1 + b_{33} \cdot \eta_2 - b_{23} \cdot \eta_3) . \quad (3.18)$$

Для одержання алгоритму оптимального керування, зручного для практичного використання, необхідно виконати перетворення координат η_k із простору помилок у фазовий простір відносних відхилень y_k , а потім перейти до

абсолютних значень змінних величин. Для цього з вихідної системи (2) знайдемо вираження фазових координат через регульовану координату:

$$\eta_1 = \frac{1}{p} \cdot b_{12} \cdot \eta_2 ,$$

$$\eta_3 = \frac{1}{b_{23}} \left(p\eta_2 - b_{22}\eta_2 - \frac{b_{12} \cdot b_{21}}{p} \eta_2 \right) .$$

Вираження перетворяться до виду:

$$u_{PC}(\eta_2) = -\text{sign} \left[(-b_{33} - b_{22}) \cdot \eta_2 - p \cdot \eta_2 \right] . \quad (3.19)$$

Замінімо фазову координату η_2 через різницю відносних величин заданого і поточного значення струму якоря $\eta_2 = y_2^* - y_2$, і з огляду на те, що при $y_2^* = \text{const}$ $py_2^* = 0$, одержимо:

$$u_{PC}(\eta_2) = -\text{sign} \left[(-b_{33} - b_{22}) \cdot (y_2^* - y_2) - p \cdot y_2 \right] . \quad (3.20)$$

З вихідної системи рівнянь (3.2):

$$py_2 = b_{21}y_1 + b_{22}y_2 + b_{23}y_3 ,$$

тоді:

$$u_{PC}(y_1, y_2, y_3) = -\text{sign} \left[(-b_{33} - b_{22}) \cdot y_2^* + b_{33} \cdot y_2 - b_{21} \cdot y_1 - b_{23} \cdot y_3 \right] . \quad (3.21)$$

Переходячи від відносних значень фазових координат до абсолютних, після відкидання постійного множника $\frac{1}{i_m \cdot T_{\Pi}}$, одержимо алгоритм оптимального

керування регулятора струму:

$$U_{PC}(\omega, i, E_{\Pi}) = U_{ym} \cdot \text{sign} \left[K_{2PC}^* \cdot i^* - K_{2PC} \cdot i - K_{1PC} \cdot \omega - K_{3PC} \cdot E_{\Pi} \right] , \quad (3.22)$$

де вагові коефіцієнти в алгоритмі оптимального керування мають вид:

$$K_{2PC}^* = \frac{T_{\Pi}}{T_{я}} + 1, K_{2PC} = 1, K_{1PC} = -\frac{T_{\Pi} \cdot k\Phi}{T_{я} \cdot R_{я}}, K_{3PC} = \frac{T_{\Pi}}{T_{я} \cdot R_{я}} . \quad (3.23)$$

Регулятор швидкості. Виконуючи процедуру АКР при структурному синтезі регулятора швидкості, можна одержати наступне вираження для алгоритму оптимального керування в просторі збуреного руху фазових координат:

$$u_{PШ}(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = -\text{sign}(A'_{13PШ}\eta_1 + A'_{23PШ}\eta_2 + A'_{33PШ}\eta_3). \quad (3.24)$$

Вагові коефіцієнти A'_{ka} дорівнюють:

$$\begin{aligned} A'_{13PШ} &= b_{12}^2 \cdot b_{21} \cdot b_{23} \cdot b_{33} + b_{12} \cdot b_{22}^2 \cdot b_{23} \cdot b_{33} + b_{12} \cdot b_{22} \cdot b_{23} \cdot b_{33}^2, \\ A'_{23PШ} &= -b_{23} \cdot b_{12}^2 \cdot (b_{22} + b_{33}) \cdot b_{33}, \\ A'_{33PШ} &= b_{23}^2 \cdot b_{12}^2 \cdot (b_{22} + b_{33}). \end{aligned} \quad (3.25)$$

Виражаємо алгоритм оптимального керування через регульовану координату:

$$\begin{aligned} \eta_2 &= \frac{1}{b_{12}} \cdot p\eta_1, \\ \eta_3 &= \frac{1}{b_{23}} \left(\frac{1}{b_{12}} p^2 \eta_1 - b_{21} \eta_1 - \frac{b_{22}}{b_{12}} p\eta_1 \right). \end{aligned}$$

Вираження перетвориться до виду:

$$\begin{aligned} u_{PШ}(\eta_1) &= -\text{sign} \left[\eta_1 \left(A'_{13PШ} - A'_{33PШ} \frac{b_{21}}{b_{23}} \right) + \right. \\ &\left. + p\eta_1 \left(A'_{23PШ} \frac{1}{b_{12}} - A'_{33PШ} \frac{b_{22}}{b_{23} \cdot b_{12}} \right) + p\eta_1 \cdot A'_{33PШ} \frac{1}{b_{23} \cdot b_{12}} \right]. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Замінімо фазову координату η_1 через різницю відносних величин заданого і поточного значення швидкості обертання $\eta_1 = y_1^* - y_1$, врахувавши, що при $y_1^* = \text{const}$ $py_1^* = p^2 y_1^* = 0$, замінімо також на підставі вихідної системи рівнянь $py_1 = b_{12}y_2$ і $p^2 y_1 = b_{12}(b_{21}y_1 + b_{22}y_2 + b_{23}y_3)$, одержимо:

$$\begin{aligned} u_{PШ}(y_1, y_2, y_3) &= -\text{sign} \left[y_1^* \left(A'_{13PШ} - A'_{33PШ} \frac{b_{21}}{b_{23}} \right) + y_1 A'_{13PШ} + \right. \\ &\left. + y_2 A'_{23PШ} + y_3 A'_{33PШ} \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Переходячи від відносних значень фазових координат до абсолютних, після відкидання постійного множника $\frac{-A'_{13PI} \cdot k\Phi}{E_{\text{пт}}}$, і зневажаючи складовою:

$$\frac{\frac{1}{T_{\text{я}}} + \frac{1}{T_{\text{п}}}}{\frac{1}{T_{\text{я}}} + \frac{1}{T_{\text{п}}} - \frac{1}{T_{\text{м}}}} = \frac{1}{1 - \frac{T_{\text{я}} \cdot T_{\text{п}}}{T_{\text{м}}(T_{\text{я}} + T_{\text{п}})}} \approx 1, \quad \text{одержимо алгоритм оптимального}$$

керування регулятора швидкості:

$$U_{PI}(\omega, i, E_{\text{п}}) = U_{\text{ум}} \cdot \text{sign} \left[K_{1PI}^* \cdot \omega^* - K_{1PI} \cdot \omega - K_{2PI} \cdot i - K_{3PI} \cdot E_{\text{п}} \right], \quad (3.28)$$

де вагові коефіцієнти в алгоритмі оптимального керування мають вид:

$$K_{1PI}^* = \frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{м}}} + 1, \quad K_{1PI} = 1, \quad K_{2PI} = \frac{T_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}}{T_{\text{м}} \cdot k\Phi}, \quad K_{3PI} = \frac{T_{\text{п}}}{T_{\text{м}} \cdot k\Phi}. \quad (3.29)$$

Хід роботи.

1. Провести розрахунок параметрів системи ТП-ДПС за паспортними даними ДПС (таблиця 1 у додаток).
2. Скласти матриці для розрахунку вагових коефіцієнтів алгоритмів керування.
3. Розрахувати коефіцієнти регуляторів струму та швидкості.

Таблиця 1 Паспортні данні двигунів

№ вар.	$P_H,$ кВт	$U_{я},$ В	$I_{я},$ А	$n_{ном},$ об/хв	$R_e,$ Ом	$L_e,$ Гн	$J,$ Нм	$k\Phi,$ Вб
1	4	220	24	900	1,40	0,0310	0,041	1,96
2	15	220	85,4	1400	0,29	0,0055	0,155	1,32
3	30	440	76,7	3070	0,34	0,0056	0,135	1,29
4	5,5	440	15,7	800	4,15	0,1050	0,080	4,42
5	11	440	30	1090	1,47	0,0400	0,142	3,50
6	11	440	30,7	825	1,62	0,0520	0,216	4,53
7	15	440	40,8	1030	1,01	0,0310	0,246	3,72
8	8	220	47,3	600	0,88	0,0230	0,216	2,87

Методичні вказівки щодо виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Математичні методи моделювання та системи оптимального керування» для студентів всіх форм навчання зі спеціальності 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, освітньо-професійної та освітньо-наукової програм «Електромеханічні системи автоматизації та електропривод».

Укладачі: к.т.н., доцент Ю. В. Зачепа

к.т.н., старш. викл. Н. В. Зачепа

Відповідальний за випуск зав. кафедри САУЕ Д.Й. Родькін

Підп. до др. _____. Формат 60x84 1/16. Папір тип. Друк ризографія.

Ум. друк. арк. _____. Наклад _____ прим. Зам. № _____. Безкоштовно.

Видавничий відділ
Кременчуцького національного університету
імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600