МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО
ІНСТИТУТ ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ, ЕНЕРГОЗБЕРЕЖЕННЯ І
СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ЩОДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ДЛЯ СТУДЕНТІВ УСІХ ФОРМ НАВЧАННЯ
ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ 141 –
ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА, ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА
ЧАСТИНА 2

КРЕМЕНЧУК 2016

Методичні вказівки щодо практичних занять з навчальної дисципліни "Теорія автоматичного управління" для студентів усіх форм навчання зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. Частина 2

Укладачі: к.т.н., доц. С. А. Сергієнко,
старш. викл. Г. Г. Юдіна

Рецензент д.т.н., проф. О. П. Чорний

Кафедра систем автоматичного управління та електропривода

Затверджено методичною радою Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського

Протокол № _____ від “____” ________2016 р.

Голова методичної ради _________________ проф. В. В. Костін

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

САУ – система автоматичного управління;

АЧХ – амплітудна частотна характеристика;

ФЧХ – фазова частотна характеристика;

АФЧХ – амплітудно-фазова частотна характеристика;

ЛЧХ – логарифмічні частотні характеристики;

ЛАЧХ – логарифмічна амплітудна частотна характеристика;

ЛФЧХ – логарифмічна фазова частотна характеристика;

КПФ – комплексна передавальна функція;

дБ – децибел;

дек – декада.

ВСТУП

Дисципліна «Теорія автоматичного управління» лежить в основі всіх дисциплін, які вивчають прикладні питання автоматизації. Метою її вивчення є освоєння принципів побудови різних типів систем автоматичного управління (САУ); вивчення властивостей і особливостей лінійних, нелінійних і дискретних САУ; вивчення методів аналізу стійкості й якості перехідних процесів різних САУ.

Частина 2 практичних занять з ТАУ присвячена імпульсним системам.

Метою проведення практичних занять є закріплення студентами теоретичних знань і отримання навичок, необхідних для розв’язання задач з дисципліни «Теорія автоматичного управління», виконання відповідного розділу дипломного проекту, а також для створення та аналізування імпульсних систем автоматичного управління.

У результаті проведення практичних занять студенти повинні:

– **знати** що таке різниці решітчастих функцій, різницеві рівняння, дискретні передавальні функції імпульсних систем, частотні характеристики імпульсних систем, методи дослідження стійкості та якості перехідних процесів імпульсних САУ;

– **уміти** складати різницеві рівняння і визначати передавальні функції розімкненої імпульсної САУ, замкненої імпульсної САУ та передавальну функцію помилки; дослідити стійкість імпульсної системи за допомогою алгебраїчних і частотних критеріїв стійкості.

Усі необхідні розрахунки можна виконувати на комп’ютері за допомогою пакетів прикладних програм, які є на кафедрі систем автоматичного управління та електропривода.

1 ПЕРЕЛІК ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Практичне заняття № 1. Різниці решітчастих функцій

Мета роботи: навчитись складати різницеві рівняння за диференціальними рівняннями, користуючись виразами для різниць решітчастих функцій.

Короткі теоретичні відомості

Вихідний сигнал імпульсного елемента визначається величиною вхідного сигналу тільки у дискретні моменти часу – на початку кожного періоду слідування імпульсів і надалі не залежить від змінювання вхідного сигналу до початку наступного періоду слідування. Тому достатньо знати значення вхідного сигналу лише у дискретні моменти часу, тобто у моменти nT_0, де n – ціле число, n=0,1,2,3,4,…

На підставі цього безперервну функцію на вході імпульсного елемента можна замінити решітчастою функцією.

Решітчастою функцією називається функція дискретного аргументу, значення якої визначені у дискретні моменти часу $t = nT_0$. Між цими моментами функція дорівнює нулю. Решітчасту функцію звичайно позначають $f\,[nT_0]$ або, якщо перейти до відносного часу, – f [n], де відносний час $\bar{t} = (nT_0)/T_0 = n$. Тоді можна записати

$$f\left[nT_0\right] = f(t)\,|_{t=nT_o}\,, \quad f\left[n\right] = f(\bar{t})\,|_{\bar{t}=n}\,.$$

Різниці решітчастих функцій є аналогами похідних безперервних функцій. Різниця першого порядку (перша різниця) решітчастої функції f [n] дорівнює:

$$\Delta f\,[n] = f\,[n+1] - f\,[n]. \tag{1.1}$$

Різниця другого порядку (друга різниця) обчислюється за формулою

$$\Delta^2 f\,[n] = \Delta f\,[n+1] - \Delta f\,[n], \tag{1.2}$$

або, якщо розкрити перші різниці за формулою (1.1), отримаємо:

$$\Delta^2 f\,[n] = f\,[n+2] - 2f\,[n+1] + f\,[n]. \tag{1.3}$$

Різниця k-го порядку має вигляд:

$$\Delta^{k} f[n] = \Delta^{k-1} f[n+1] - \Delta^{k-1} f[n] = \sum_{i=0}^{k} (-1)^{i} C_{k}^{i} f[n+k-i], \qquad (1.4)$$

де $C_{k}^{i} = \dfrac{k!}{i!(k-i)!}$ – коефіцієнт бінома Ньютона.

Різниці (1.1) – (1.4) називаються прямими. Є також зворотні різниці: перша зворотня різниця

$$\nabla f[n] = f[n] - f[n-1]; \qquad (1.5)$$

друга зворотня різниця

$$\nabla^{2} f[n] = \nabla f[n] - \nabla f[n-1] = f[n] - 2f[n-1] + f[n-2]; \qquad (1.6)$$

зворотня різниця k-го порядку

$$\nabla^{k} f[n] = \nabla^{k-1} f[n] - \nabla^{k-1} f[n-1] = \sum_{i=0}^{k} (-1)^{i} C_{k}^{i} f[n-i]. \qquad (1.7)$$

Завдання до теми. Скласти різницеве рівняння за диференціальним рівнянням, користуючись виразами для прямих різниць решітчастих функцій.

Таблиця 1 – Диференціальні рівняння

№	Диференціальні рівняння
1	$11\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} - 8\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 9x(t)$
2	$5\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} - \dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2x(t)$
3	$10\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 5x(t)$
4	$4\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} - 2\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2x(t)$
5	$8\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = 3x(t)$
6	$3\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} + y(t) = x(t)$
7	$6\dfrac{dy(t)}{dt} - y(t) = 4x(t)$
8	$\dfrac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} - 2\dfrac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$

Приклад 1

Отримати різницеве рівняння з диференціального рівняння:

$$2\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+3y(t)=x(t).$$

З урахуванням (1.1) та (1.3) запишемо:

$$\frac{dy(t)}{dt}=y(t+1)-y(t),\quad \frac{d^2y(t)}{dt^2}=y(t+2)-2y(t+1)+y(t).$$

Тоді різницеве рівняння матиме вигляд:

$$2\,[y(t+2)-2y(t+1)+y(t)]+3\,[y(t+1)-y(t)]+3y(t)=x(t)$$

або

$$2\,y(t+2)-y(t+1)+2y(t)=x(t).$$

Контрольні питання

1. Що таке решітчаста функція?
2. Чому для імпульсних САУ введені решітчасті функції?
3. Запишіть першу пряму різницю решітчастої функції f [n].
4. Запишіть першу зворотню різницю решітчастої функції f [n].
5. Як позначають решітчасту функцію у часі, у відносному часі?

Література: [1, 2].

Практичне заняття № 2. Різницеві рівняння

Мета роботи: навчитись обчислювати дискретні значення функції y[n], розглядаючи різницеві рівняння як рекурентні співвідношення, якщо задані різницеві рівняння, відомі функції f [n] та початкові умови.

Короткі теоретичні відомості

Аналогами диференціальних рівнянь є різницеві рівняння (рівняння у кінцевих різницях). Лінійні різницеві рівняння зі сталими коефіцієнтами при використанні прямих різниць мають вигляд:

$$b_0\Delta^m y[n] + b_1\Delta^{m-1}y[n] + \ldots + b_m y[n] = f\,[n], \qquad (2.1)$$

де f [n] – задана решітчаста функція, y[n] – шукана решітчаста функція.

Якщо $f\,[n] \equiv 0$, то рівняння (2.1) називається однорідним.

Для розв'язування різницевих рівнянь необхідно задавати початкові умови у вигляді значень шуканої функції y[n] та її різниць від першої до різниці (m–1)-го порядку.

Різницеві рівняння можна розглядати як рекурентні співвідношення, які дають змогу обчислювати значення y[n] при n =1, 2, 3, … для заданих початкових умов. З урахуванням (1.4) рівняння (2.1) матиме вигляд:

$$a_0 y[n+m] + a_1 y[n+m-1] + \ldots + a_m y[n] = f\,[n], \qquad (2.2)$$

де $a_k = \sum_{i=0}^{k}(-1)^{k-1} b_i C_{m-i}^{k-i}; \quad C_{m-i}^{k-i} = \frac{(m-i)!}{(k-i)!(m-k)!}$.

Рівняння (2.1) є більш близьким аналогом диференціального рівняння, однак рівняння (2.2) легше використовувати, і тому воно більш розповсюджене. Для рівняння (2.2) початкові умови необхідно задавати у вигляді значень функції y[n]: y[0], y[1], y[2], y[3],…, y[n–1] для рівнянь n-ого порядку.

Завдання до теми. Обчислити дискретні значення функції y[n], якщо задані різницеві рівняння (табл. 2), відомі функції f [n] та початкові умови y[0], y[1], y[2], y[3],…, y[n–1] для рівняння n-ого порядку.

Таблиця 2 – Різницеві рівняння

№	Різницеві рівняння
1	$y[n+4] + 2y[n+3] + 3y[n+2] + 4y[n+1]+5y[n] = f[n]$
2	$3y[n+3] + 2y[n+2] + y[n+1]+4y[n] = f[n]$
3	$9y[n+3] + 8y[n+2] + 7y[n+1]+6y[n] = f[n]$
4	$0{,}1y[n+3] + y[n+2] + 0{,}2y[n+1]+0{,}3y[n] = f[n]$
5	$0{,}5y[n+3] + 0{,}2y[n+2] + 0{,}3y[n+1]+5y[n] = f[n]$
6	$0{,}01y[n+3] + 0{,}1y[n+2] + 0{,}001y[n+1]+y[n] = f[n]$
7	$y[n+4] + 2y[n+3] + 3y[n+2] + 4y[n+1]+6y[n] = f[n]$
8	$5y[n+4] + 0{,}5y[n+3] + 0{,}1y[n+2] + 10y[n+1]+2y[n] = f[n]$
9	$y[n+4] + y[n+3] + 5y[n+2] + 4y[n+1]+3y[n] = f[n]$
10	$0{,}1y[n+4] + 0{,}2y[n+3] + 0{,}8y[n+2] + 10y[n+1]+11y[n] = f[n]$
11	$0{,}7y[n+4] + 0{,}5y[n+3] + 0{,}3y[n+2] + y[n+1]+2y[n] = f[n]$

Приклад 2

Задане різницеве рівняння (2.2) третього порядку:

$$a_0y[n+3] + a_1y[n+2] + a_2y[n+1]+a_3y[n] = f[n],$$

відомі функції $f[n]$ та початкові умови $y[0]$, $y[1]$, $y[2]$.

Дискретні значення функції $y[n]$ обчислюються так:

при $n=0$: $a_0y[3] + a_1y[2] + a_2y[1]+a_3y[0] = f[0]$,

$$y[3] = (f[0] – a_1y[2] – a_2y[1] – a_3y[0]) / a_0;$$

при $n=1$: $a_0y[4] + a_1y[3] + a_2y[2]+a_3y[1] = f[1]$,

$$y[4] = (f[1] – a_1y[3] – a_2y[2] – a_3y[1]) / a_0 \quad \text{і т.д.}$$

Контрольні питання

1. Аналогами яких рівнянь є різницеві рівняння?
2. Запишіть різницеве рівняння при використанні прямих різниць та початкові умови, необхідні для його розв’язання.
3. Запишіть різницеве рівняння при використанні значень шуканої функції $y[n+m],…, y[n]$ та початкові умови, необхідні для його розв’язання.
4. Що таке рекурентні співвідношення?
5. Яке рівняння називається однорідним?

Література: [2].

Практичне заняття № 3. Визначення оригіналу y[n] за відомим зображенням Y(z)

Мета роботи: за відомим зображенням Y(z) навчитись визначати оригінал y[n] за допомогою: 1. розкладання зображення Y(z) в ряд Лорана; 2. розкладання зображення Y(z) на суму простих дробів і знаходження їх оригіналів.

Короткі теоретичні відомості

Різницеві рівняння можна розв’язувати методом, що ґрунтується на використанні z-перетворення.

Перетворенням Лапласа безперевної функції x(t) називають співвідношення:

$$X(s)=\int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt. \tag{3.1}$$

У виразі (3.1) замість безперевної функції x(t) підставимо дискретну функцію f [nT_0], а замість безперевного часу t підставимо дискретний час nT_0. Інтеграл для дискретної функції замінюється сумою.

Тоді перетворення Лапласа для дискретної функції f [nT_0] має вигляд:

$$F^*(s)=\sum_{n=0}^{\infty} f[nT_0]\,e^{-nT_0 s} \tag{3.2}$$

Це перетворення називається дискретним перетворенням Лапласа. У символічній формі його записують так:

$$F^*(s)=D\{f[nT_0]\}. \tag{3.3}$$

Якщо аргументом безперервної функції є відносний час n=t/T_0 = (nT_0)/T_0, то формула дискретного перетворення Лапласа для дискретної функції f [n] у відносному часі матиме вигляд:

$$F^*(q)=D\{f[n]\}=\sum_{n=0}^{\infty} f[n]\,e^{-qn}, \tag{3.4}$$

де q=sT_0 – комплексне число.

Зображення $F^*(s)$ і $F^*(q)$ є трансцендентними функціями від s і q, що робить неможливим застосування звичайних методів аналізу в площині s або в площині q для дослідження імпульсних систем. Більш прийнятним є z-перетворення. Формула z-перетворення випливає з формули (3.4), якщо виконати підстановку $e^q = z$:

$$F(z) = Z\{f[n]\} = \sum_{n=0}^{\infty} f[n]\, z^{-n}. \qquad (3.5)$$

Значення функції y[n] у дискретних точках можна обчислити без знаходження аналітичного виразу для неї, якщо розкласти зображення Y(z) в ряд Лорана

$$Y(z) = c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} + \ldots \qquad (3.6)$$

За формулою (3.5) отримаємо:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} y[n] z^{-n} = y[0] + y[1] z^{-1} + y[2] z^{-2} + y[3] z^{-3} + \ldots \qquad (3.7)$$

Із порівняння формул (3.6) і (3.7) випливає, що

$$y[0] = c_0,\ y[1] = c_1,\ y[2] = c_2,\ y[3] = c_3 \text{ і т.д.}$$

Найзручнішим способом розкладання в ряд Лорана дрібно-раціональних функцій є ділення чисельника на знаменник.

Іншим способом визначення оригіналу y[n] є розкладання зображення Y(z) на суму простих дробів і знаходження їх оригіналів.

Таблиця 3.1 – z-перетворення основних функцій

Безперервна функція f(t)	Решітчаста функція f [n]	Перетворення Лапласа F(s)	z-перетворення F(z)
1(t)	1[n]	1/s	$z/(z-1)$
t	nT_0	$1/s^2$	$T_0 z / (z-1)^2$
t^2	$(nT_0)^2$	$2/s^3$	$T_0^{\,2} z(z+1) / (z-1)^3$
t^3	$(nT_0)^3$	$6/s^4$	$T_0^{\,3} z(z^2+4z+1) / (z-1)^4$
$e^{-\alpha t}$	$e^{-\alpha n T_0}$	$1/(s+\alpha)$	$z / (z-d)$, $d = e^{-\alpha T_0}$

Завдання до теми. За за відомим зображенням Y(z), табл. 3.2, визначити оригінал функції y[n].

Таблиця 3.2 – зображення Y(z)

№	Y(z)
1	$Y(z) = \dfrac{100}{z(0{,}1z+1)(0{,}05z+1)}$
2	$Y(z) = \dfrac{40}{(2z+1)(0{,}02z+1)(0{,}8z+1)}$
3	$Y(z) = \dfrac{150}{z(0{,}5z+1)(0{,}01z+1)}$
4	$Y(z) = \dfrac{75}{(5z+1)(0{,}2z+1)(0{,}04z+1)}$
5	$Y(z) = \dfrac{10}{z(0{,}1z+1)(0{,}05z+1)}$
6	$Y(z) = \dfrac{50}{(z+1)(0{,}5z+1)(0{,}01z+1)}$
7	$Y(z) = \dfrac{100}{(0{,}5z+1)(z+1)(0{,}01z+1)}$
8	$Y(z) = \dfrac{25}{z(4z+1)(0{,}2z+1)}$

Приклад 3

За відомим зображенням $Y(z) = 3z/(z^2 - 0{,}7z + 0{,}1)$ визначити оригінал функції y[n].

1. Визначимо дискретні значення функції y[n], розклавши зображення Y(z) в ряд Лорана діленням чисельника на знаменник:

$$
\begin{array}{l|l}
-\;\; 3Z & Z^2 - 0{,}7Z + 0{,}1 \\ \cline{2-2}
\;\;\;\; 3Z - 2{,}1 + 0{,}3Z^{-1} & 3Z^{-1} + 2{,}1Z^{-2} + 1{,}17Z^{-3} + 0{,}609Z^{-4} + \ldots \\ \cline{1-1}
\quad -\;\; 2{,}1 - 0{,}3Z^{-1} & \\
\quad\;\;\;\; 2{,}1 - 1{,}47Z^{-1} + 0{,}21Z^{-2} & \\ \hline
\qquad -\;\; 1{,}17Z^{-1} - 0{,}21Z^{-2} & \\
\qquad\;\;\;\; 1{,}17Z^{-1} - 0{,}819Z^{-2} + 0{,}117Z^{-3} & \\ \hline
\qquad\quad -\;\; 0{,}609Z^{-2} - 0{,}117Z^{-3} & \\
\qquad\quad\;\;\;\; 0{,}609Z^{-2} - 0{,}4263Z^{-3} + 0{,}0609Z^{-4} & \\ \hline
\qquad\qquad\qquad 0{,}3093Z^{-3} - 0{,}0609Z^{-4} &
\end{array}
$$

і т.д.

Отже, $3z / (z^2 – 0,7z + 0,1) = 3z^{-1} + 2,1z^{-2} + 1,17z^{-3} + 0,609\, z^{-4} + \ldots,$

і $Y(z) = 0 + 3z^{-1} + 2,1z^{-2} + 1,17z^{-3} + 0,609\, z^{-4} + \ldots$, тобто

$y[0] = 0$; $y[1] = 3$; $y[2] = 2,1$; $y[3] = 1,17$; $y[4] = 0,609$ і т.д.

2. Розкладемо Y(z) на суму простих дробів. Для цього визначимо корені рівняння $z^2 – 0,7z + 0,1 = 0$. Маємо $z_1 = 0,5$; $z_2 = 0,2$. Тоді можна записати:

$$Y(z) = 3z/[(z – 0,5)(z – 0,2)] = 10[z / (z – 0,5) – z / (z – 0,2)].$$

З таблиці 3.1 знаходимо, що доданку $z/(z – 0,5)$ відповідає оригінал $e^{-\alpha n T_0}$, де $e^{-\alpha T_0} = d = z_1 = 0,5$. Тобто оригінал має вигляд $0,5^n$ Аналогічно для доданка $z/(z – 0,2)$ маємо оригінал $0,2^n$. Отже, шукана решітчаста функція має вигляд:

$$y[n] = 10(0,5^n – 0,2^n).$$

Звідси знаходимо дискретні значення функції y[n]:

$y[0] = 0$; $y[1] = 3$; $y[2] = 2,1$; $y[3] = 1,17$; $y[4] = 0,609$ і т.д.

Контрольні питання

1. Запишіть формулу перетворення Лапласа для безперевної функції x(t).
2. Запишіть формулу дискретного перетворення Лапласа для функції f [n] у відносному часі.
3. Запишіть формулу z-перетворення. Чому дорівнює q, чому дорівнює z?
4. Запишіть ряд Лорана.
5. Які є способи визначення оригіналу функції y[n] у дискретних точках без знаходження аналітичного виразу для неї?

Література: [2, 4].

Практичне заняття № 4. Дискретні передавальні функції імпульсних систем

Мета роботи: навчитись визначати дискретні передавальні функції імпульсної системи, користуючись z-перетворенням.

Короткі теоретичні відомості

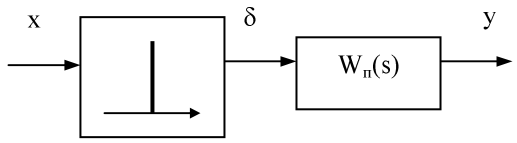

Рисунок 4.1 – Структурна схема розімкнутої імпульсної системи

Дискретна предавальна функція розімкнутої імпульсної системи. Під час дослідження імпульсних систем зовнішня дія переноситься на вхід імпульсного елемента за правилами перетворення структурних схем, рис. 4.1. Передавальна функція приведеної безперервної частини $W_п(s) = W_ф(s)W_б(s)$, де $W_ф(s)$ і $W_б(s)$ – передавальні функції формувача імпульсів і безперервної частини системи, δ – дискретний сигнал, який становить послідовність миттєвих імпульсів.

Щоб визначити дискретну передавальну функцію розімкнутої системи, необхідно знайти передавальну функцію приведеної безперервної частини, а потім її z-зображення:

$$W(z) = Z\{W_п(s)\}. \qquad (4.1)$$

Якщо імпульсний елемент генерує короткі прямокутні імпульси, то передавальна функція приведеної безперервної частини визначається формулою:

$$W_п(s) = \frac{1 - e^{-\gamma T_0 s}}{s} W_б(s). \qquad (4.2)$$

Ураховуючи, що $q = sT_0$ і $e^q = z$, і згідно з формулами (4.1), (4.2) і (4.3),

$$Z\{F(s)\} = F_1(z)\, Z\{F_2(s)\}, \qquad (4.3)$$

отримуємо:

$$W(z)=Z\left\{\frac{1-e^{-\gamma T_0 s}}{s}W_б(s)\right\}=Z\left\{(1-e^{-\gamma T_0 s})\frac{W_б(s)}{s}\right\}=$$
$$=(1-z^{-\gamma})Z\left\{\frac{W_б(s)}{s}\right\}=\frac{z^{\gamma}-1}{z^{\gamma}}Z\left\{\frac{W_б(s)}{s}\right\}. \qquad (4.4)$$

За умови $\gamma << 1$, тобто тривалість імпульсів значно менша за період, передавальна функція формувача імпульсів має вигляд:

$$W_ф(s)=\gamma T_0, \qquad (4.5)$$

і вираз (4.4) набуває вигляду:

$$W(z) = Z\{\gamma T_0 W_б(s)\} = \gamma T_0 Z\{W_б(s)\}. \qquad (4.6)$$

Під час визначення дискретної передавальної функції розімкнутої системи слід мати на увазі, що для імпульсних систем з одним імпульсним елементом на вході передавальна функція послідовно з'єднаних ланок, на відміну від безперервних систем, не дорівнює добутку передавальних функцій цих ланок, тобто $W(z)\neq\prod_{i=1}^{k}W_i(z)$.

Для визначення дискретної передавальної функції W(z) необхідно спочатку знайти $W(s)=\prod_{i=1}^{k}W_i(s)$, а потім здійснити z-перетворення

$$W(z)=Z\left\{\prod_{i=1}^{k}W_i(s)\right\}. \qquad (4.7)$$

Дискретна передавальна функція замкнутої імпульсної системи. Розглянемо імпульсну систему (рис. 4.2). Вважаємо, що передавальну функцію W(z) розімкнутої системи визначено. Тоді передавальна функція замкнутої системи (для незміщених дискретних функцій) має вигляд:

$$W_з(z)=Y(z)/G(z) = W(z)/[1+W(z)]. \qquad (4.8)$$

Аналогічно до безперервних систем, *передавальна функція замкнутої системи за помилкою* визначається так:

$$W_x(z) = X(z)/G(z) = 1/[1 + W(z)]. \qquad (4.9)$$

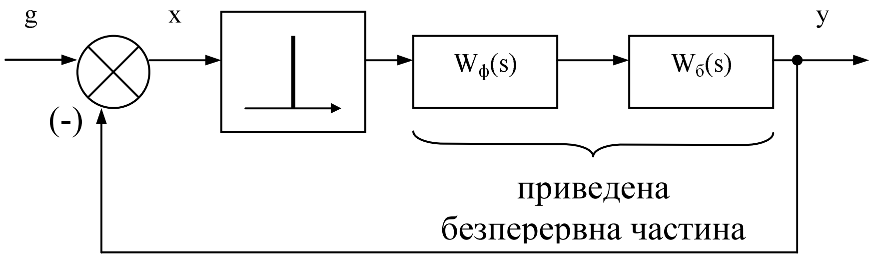

Рисунок 4.2 – Структурна схема імпульсної системи керування

Завдання до теми. Визначити дискретну передавальну функцію W(z) розімкнутої імпульсної системи, якщо дана передавальна функція безперервної частини $W_б(s)$, табл. 4.1, а імпульсний елемент генерує короткі прямокутні імпульси, $\gamma << 1$, з періодом слідування T_0. При розрахунку прийняти T_0 = 1c; γ = 0,01.

Таблиця 4.1 – Передавальні функції розімкнутих безперервних частин імпульсних систем $W_б(s)$

№	$W_б(s)$
1	$W_б(S)=\dfrac{100}{S(2S+1)(0{,}5S+1)}$
2	$W_б(S)=\dfrac{40}{(2S+1)(0{,}2S+1)(S+1)}$
3	$W_б(S)=\dfrac{150}{S(0{,}5S+1)(0{,}01S+1)}$
4	$W(S)=\dfrac{75}{(5S+1)(0{,}2S+1)(0{,}4S+1)}$
5	$W(S)=\dfrac{10}{S(S+1)(4S+1)}$
6	$W_б(S)=\dfrac{50}{(S+1)(0{,}5S+1)(0{,}1S+1)}$
7	$W(S)=\dfrac{100}{(0{,}5S+1)(0{,}1S+1)(S+1)}$
8	$W_б(S)=\dfrac{25}{S(S+1)(0{,}2S+1)}$

Приклад 4.

Дано: $W_б(s) = k/[s(T_1s+1)(T_2s+1)]$, прийняти T_1 = 1c; T_2 = 0,5c; k = 100c^{-1}.

Згідно з формулою (4.6) запишемо:

$$W(z) = \gamma T_0 Z\{W_б(s)\} = \gamma T_0 Z\{\, k/[s(T_1 s+1)(T_2 s+1)]\}.$$

Передавальну функцію $W_б(s)$ подамо у вигляді суми простих дробів. Рівняння $s(T_1s+1)(T_2s+1) = 0$ має корені: $s_1 = 0$; $s_2 = -1/T_1$; $s_3 = -1/T_2$, тому

$$\frac{k}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)} = \frac{k_1 R(s)}{sQ(s)} = k_1\left(\frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{1/T_1 + s} + \frac{A_3}{1/T_2 + s}\right),$$

де

$$A_1 = \frac{R(0)}{Q(0)} = 1; \quad A_2 = \frac{R(s_1)}{s\frac{dQ(s)}{ds}\Big|_{s=s2}} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = -2; \quad A_3 = \frac{R(s_2)}{s\frac{dQ(s)}{ds}\Big|_{s=s3}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 1.$$

З урахуванням числових значень маємо:

$$W(z) = k_1\gamma T_0 Z\left\{\frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{1/T_1 + s} + \frac{A_3}{1/T_2 + s}\right\} = 100\cdot 0{,}01\cdot 1 Z\left\{\frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} + \frac{1}{s+2}\right\}.$$

За даними табл. 3.1 і з урахуванням властивості лінійності отримаємо:

$$W(z) = \left(\frac{z}{z-1} - \frac{2z}{z-d_1} + \frac{z}{z-d_2}\right),$$

де $d_1 = e^{-To/T1} = e^{-1} = 0{,}368; \quad d_2 = e^{-To/T2} = e^{-2} = 0{,}135.$

Після перетворень остаточно маємо:

$$W(z) = \frac{0{,}399z^2 + 0{,}147z}{z^3 - 1{,}503z^2 + 0{,}553z - 0{,}05}.$$

Контрольні питання

1. Що таке z-перетворення?
2. Чому дорівнює передавальна функція послідовно з’єднаних ланок для імпульсних систем з одним імпульсним елементом на вході?
3. Як визначається передавальна функція приведеної безперервної частини $W_п(s)$ розімкнутої імпульсної системи?
4. Як визначається передавальна функція замкнутої імпульсної системи?
5. Як визначається передавальна функція помилки для замкнутої імпульсної системи?

Література: [1, 4].

Практичне заняття № 5

Частотні характеристики імпульсних систем

Мета роботи: навчитись розраховувати і будувати логарифмічну амплітудно-частотну характеристику розімкнутої імпульсної системи за дискретною передавальною функцією W(z).

Короткі теоретичні відомості

Частотні характеристики імпульсних систем можна отримати за дискретними передавальними функціями за допомогою підстановки $z = e^{j\omega T_0}$. Під час побудови частотних характеристик часто використовують відносну частоту $\overline{\omega} = \omega T_o$ та підстановку $z = e^{j\overline{\omega}}$.

Амплітудно-фазова частотна характеристика імпульсної розімкнутої системи визначається за формулою:

$$W^*(j\overline{\omega}) = A^*(\overline{\omega})e^{j\varphi^*(\overline{\omega})}, \tag{5.1}$$

де $A^*(\overline{\omega})$ і $\varphi^*(\overline{\omega})$ – амплітудно-частотна і фазо-частотна характеристики розімкнутої системи.

За формулами Ейлера для комплексних чисел $z = e^{j\overline{\omega}} = \cos\overline{\omega} + j\sin\overline{\omega}$, тому частотні характеристики імпульсних систем, на відміну від безперервних, є періодичними функціями частоти. Оскільки $\omega = 2\pi/T_0$, то відносна частота дорівнює 2π, а значить, частотні функції імпульсних систем та їх характеристики повністю визначаються змінюванням відносної частоти $\overline{\omega}$ в інтервалі $-\pi \le \overline{\omega} \le \pi$ або в інтервалі $0 \le \overline{\omega} \le \pi$.

При побудові характеристик безперервних систем частоту змінюють від 0 до ∞. Це створює певні незручності під час дослідження дискретних систем за методами, що розроблені для безперервних систем. Тому використовують білінійне w-перетворення дискретних передавальних функцій: аргумент z замінюють на аргумент w за допомогою підстановки:

$$z = \frac{1+w}{1-w}. \tag{5.2}$$

Тоді з урахуванням того, що $z = e^{j\omega T_0}$, отримуємо:

$$w = \frac{z-1}{z+1} = \frac{e^{j\omega T_0} - 1}{e^{j\omega T_0} + 1}. \qquad (5.3)$$

Поділимо чисельник і знаменник цього виразу на $e^{j\frac{\omega}{2}T_0}$:

$$w = \frac{e^{j\omega T_0}/e^{j\frac{\omega}{2}T_0} - 1/e^{j\frac{\omega}{2}T_0}}{e^{j\omega T_0}/e^{j\frac{\omega}{2}T_0} + 1/e^{j\frac{\omega}{2}T_0}} = \frac{e^{j\frac{\omega}{2}T_0} - e^{-j\frac{\omega}{2}T_0}}{e^{j\frac{\omega}{2}T_0} + e^{-j\frac{\omega}{2}T_0}}.$$

Згідно з формулою Ейлера для комплексних чисел отримуємо:

$$w = \frac{(\cos\frac{\omega}{2}T_0 + j\sin\frac{\omega}{2}T_0) - (\cos\frac{\omega}{2}T_0 - j\sin\frac{\omega}{2}T_0)}{(\cos\frac{\omega}{2}T_0 + j\sin\frac{\omega}{2}T_0) + (\cos\frac{\omega}{2}T_0 - j\sin\frac{\omega}{2}T_0)} = j\,tg\frac{\omega T_0}{2} = j\bar{\lambda}. \qquad (5.4)$$

Величина $\bar{\lambda} = tg\frac{\omega T_0}{2} = tg\frac{\bar{\omega}}{2}$ називається відносною псевдочастотою. Вона зв'язана з частотою ω та відносною частотою $\bar{\omega}$ формулами:

$$\omega = \frac{2}{T_0}\mathrm{arctg}\bar{\lambda}; \quad \bar{\omega} = 2\mathrm{arctg}\bar{\lambda}, \qquad (5.5)$$

з яких видно, що змінюванню частоти $\bar{\omega}$ від 0 до π відповідає змінювання відносної псевдочастоти $\bar{\lambda}$ від 0 до ∞.

Під час побудови частотних характеристик зручніше користуватися абсолютною псевдочастотою:

$$\lambda = \frac{2}{T_0}\mathrm{tg}\frac{\omega T_0}{2} = \frac{2\bar{\lambda}}{T_0}. \qquad (5.6)$$

Тобто спочатку для дискретної передавальної функції W(z) від аргументу z за формулою (5.2) переходять до аргументу w, а потім виконують підстановку $w = j\bar{\lambda}$, або $w = \frac{j\lambda T_0}{2}$ і отримують комплексну передавальну функцію $W(j\lambda)$, за якою будують АФЧХ або ЛАЧХ ($L(\lambda)$) і ЛФЧХ ($\varphi(\lambda)$):

$$W(j\lambda) = A(\lambda)e^{j\varphi(\lambda)} = U(\lambda) + jV(\lambda), \quad A(\lambda) = \sqrt{U^2(\lambda) + V^2(\lambda)}, \qquad (5.7)$$

$$L(\lambda) = 20\lg A(\lambda); \quad \varphi(\lambda) = \mathrm{arctg}\frac{V(\lambda)}{U(\lambda)}. \qquad (5.8)$$

$L(\lambda)$ вимірюється у децибелах, $\varphi(\lambda)$ – у градусах, $\lg(\lambda)$ – у декадах.

Перед побудовою ЛЧХ імпульсних систем, $W(j\lambda)$ спочатку необхідно подати у вигляді дробу, що містить у чисельнику і знаменнику елементарні співмножники вигляду: k, $j\lambda$, $(Tj\lambda+1)$, $(T^2(j\lambda)^2+2\xi Tj\lambda+1)$. Після цього можна будувати асимптотичну ЛАЧХ і ЛФЧХ дискретної системи так, як і для безперервної системи. Частотна характеристика розімкнутої імпульсної системи має скінченне значення при $\overline{\omega} = \pi$, тому при $\lambda \to \infty$ ЛАЧХ прямує до сталої величини, а ЛФЧХ – до значення $\varphi(\lambda) = 0^0$ або $\varphi(\lambda) = -180^0$.

Завдання до теми. Розрахувати і побудувати логарифмічну амплітудно-частотну характеристику розімкнутої імпульсної системи, дискретна передавальна функція якої має вигляд W(z), табл. 5.1.

Таблиця 5.1 – дискретна передавальна функція розімкнутої імпульсної системи W(z)

№	W(z)
1	$W(z) = \dfrac{10z(z+0{,}5)}{(z-0{,}1)(z-0{,}3)}$
2	$W(z) = \dfrac{4(z+0{,}3)}{(z-1)(z-0{,}1)(z-0{,}8)}$ Що таке
3	$W(z) = \dfrac{15z}{(z-0{,}5)(z-0{,}1)}$
4	$W(z) = \dfrac{5z(z+0{,}1)(z+0{,}2)}{(z-0{,}3)(z-1)(z-0{,}4)}$
5	$W(z) = \dfrac{1}{z(z-0{,}1)(z-0{,}8)}$
6	$W(z) = \dfrac{50z}{(z-0{,}1)(z-0{,}6)(z-0{,}9)}$
7	$W(z) = \dfrac{11z(z+0{,}5)(z+0{,}1)}{(z-0{,}3)(z-1)(z-0{,}8)}$
8	$W(z) = \dfrac{25}{z(z-0{,}4)(z-0{,}2)}$

Приклад 5

Дана дискретна передавальна функція W(z):

$$W(z) = \frac{10z(z+0,8)(z+0,1)}{(z-1)(z-0,2)(z-0,5)}.$$

Виконуємо w-перетворення за допомогою підстановки (5.2), і після спрощень отримуємо:

$$W(w) = \frac{10(1+w)(0,2w+1,8)(0,9w+1,1)}{2w(1,2w+0,8)(1,5w+0,5)} = \frac{24,75(1+w)(0,111w+1)(0,8182w+1)}{w(1,5w+1)(3w+1)}.$$

Виконуємо підстановку $w = j\overline{\lambda}$ і отримуємо:

$$W(j\overline{\lambda}) = \frac{24,75(1+j\overline{\lambda})(0,111j\overline{\lambda}+1)(0,8182j\overline{\lambda}+1)}{j\overline{\lambda}(1,5j\overline{\lambda}+1)(3j\overline{\lambda}+1)}.$$

Частоти спряження: $\overline{\lambda}_1 = 1/3 = 0,333;\ \overline{\lambda}_2 = 1/1,5 = 0,667;\ \overline{\lambda}_3 = 1/1 = 1;$ $\overline{\lambda}_4 = 1/0,8182 = 1,222;\ \overline{\lambda}_5 = 1/0,111 = 9,009.$

Ліворуч першої частоти спряження $\overline{\lambda}_1$ низькочастотна асимптота ЛАЧХ проходить у напрямку точки з координатами ($\overline{\lambda} = 1;\quad L = 20\lg 24,75 = 27,9\,дБ$) з нахилом «–20 дБ/дек» (знаменник передавальної функції має співмножник $j\overline{\lambda}$).

У частотах спряження $\overline{\lambda}_1, \overline{\lambda}_2$ нахил ЛАЧХ змінюється на «–20 дБ/дек», а у частотах $\overline{\lambda}_3, \overline{\lambda}_4, \overline{\lambda}_5$ – на «+20 дБ/дек».

ЛАЧХ розімкнутої імпульсної системи наведена на рис. 5.1.

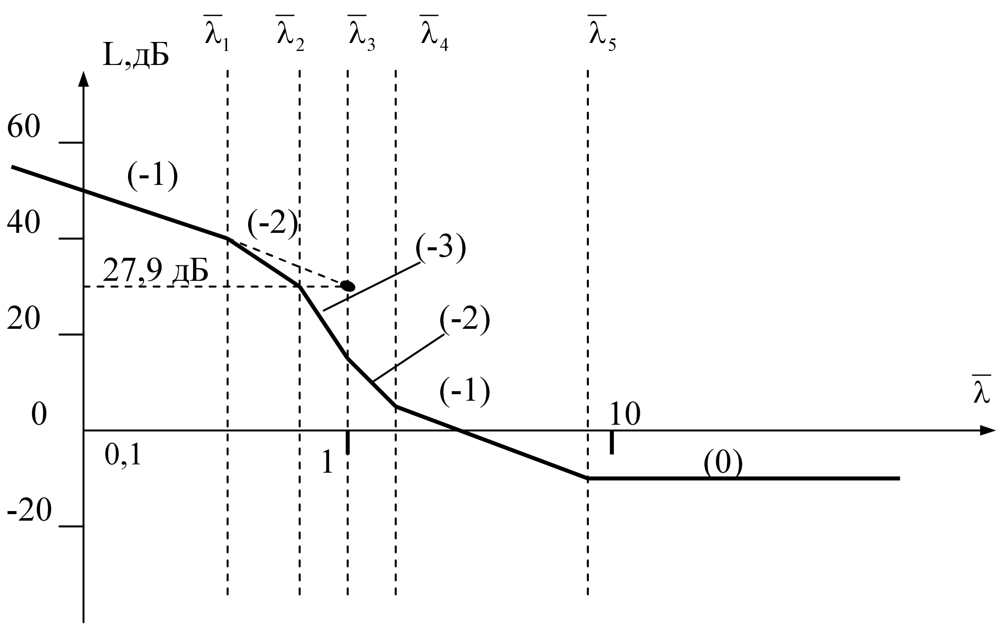

Рисунок 5.1 – ЛАЧХ імпульсної САУ

Контрольні питання

1. Яку підстановку використовують, щоб за дискретними передавальними функціями отримати частотні характеристики імпульсних систем?
2. Що таке відносна частота?
3. Під час побудови частотних характеристик імпульсних систем у яких межах достатньо змінювати відносну частоту $\overline{\omega}$?
4. Чому для імпульсних систем використовують білінійне w-перетворення дискретних передавальних функцій?
5. Що таке відносна псевдочастота і в яких межах вона змінюється? Що таке абсолютна псевдочастота?

Література: [2, 3].

Практичне заняття № 6. Стійкість імпульсних систем. Дослідження стійкості імпульсних САУ за алгебраїчним критерієм Гурвіца

Мета роботи: навчитись визначати стійкість імпульсної системи за алгебраїчним критерієм Гурвіца.

Подібно до безперервних систем лінійна імпульсна система буде стійкою, якщо всі корені характеристичного рівняння замкнутої системи будуть лівими, тобто знаходитись у лівій півплощині комплексної площини s. Межею стійкості на площині s є уявна вісь, рівняння якої має вигляд s=jω (рис. 6.1, а). Оскільки під час дослідження імпульсних систем застосовується z-перетворення, визначимо межу стійкості на площині z:

$$z = e^{sT_o} = e^{j\omega T_o} = \cos\omega T_0 + j\sin\omega T_0. \qquad (6.1)$$

Це рівняння кола одиничного радіуса, яке і є межею стійкості на площині z (рис. 6.1, б). Зона стійкості знаходиться в середині цього кола.

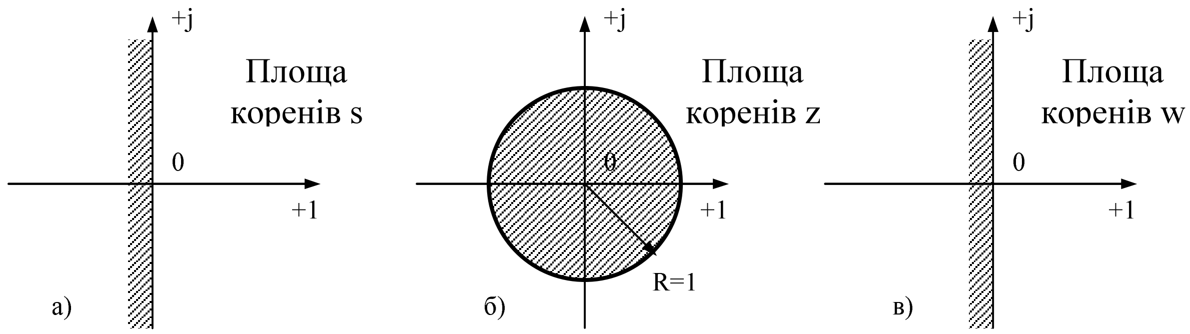

Рисунок 6.1 – Зони стійкості імпульсної САУ

Отже, стійкість імпульсної системи можна досліджувати за коренями характеристичного рівняння замкнутої системи D(z)=0: імпульсна система стійка, якщо модулі всіх коренів характеристичного рівняння замкнутої системи менші за одиницю. Якщо модуль хоча б одного кореня перевищує одиницю, то система нестійка; при |z|=1 система знаходиться на межі стійкості.

Алгебраїчний критерій стійкості Гурвіца було розроблено для дослідження стійкості безперервних систем за коефіцієнтами характеристичного рівняння, яке подано у вигляді поліному. Безпосередньо застосувати його для дослідження імпульсних систем неможливо, оскільки характеристичне рівняння імпульсної системи у вигляді:

$$D^*(s) = a_0 e^{nsT_0} + a_1 e^{(n-1)sT_0} + \ldots + a_{n-1} e^{sT_0} + a_n = 0 \qquad (6.2)$$

не є поліномом, а для характеристичного рівняння у вигляді:

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} z + a_n = 0 \qquad (6.3)$$

умовою стійкості є розміщення усіх коренів усередині кола одиничного радіуса у площині коренів z.

Тому перед застосуванням критерію стійкості Гурвіца виконують білінійне w-перетворення (5.2), внаслідок чого отримують рівняння у вигляді поліному:

$$D(w) = a_0 w^n + a_1 w^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} w + a_n = 0. \qquad (6.4)$$

Зоною стійкості для його коренів є ліва півплощина коренів w (рис. 6.1, в), і умова стійкості для цього рівняння збігається з умовою стійкості для безперервних систем.

Наприклад, для використання критерію Гурвіца необхідно визначити передавальну функцію замкнутої системи $W_з(z)=Q(z)/D(z)$ і записати характеристичне рівняння $D(z)=0$. Потім виконати підстановку (5.2) і навести отриманий вираз $D(w)=0$ до загального знаменника. Чисельник цього виразу, записаний у вигляді поліному

$$D'(w) = a'_0 w^n + a'_1 w^{(n-1)} + \ldots + a'_{n-1} w + a'_n = 0 \qquad (6.5)$$

є новим характеристичним рівнянням, за коефіцієнтами якого досліджують стійкість системи.

Згідно з критерієм Гурвіца для стійкості імпульсної системи необхідно і достатньо, щоб при $a'_0 > 0$ визначник Гурвіца і всі його діагональні мінори були додатними.

Зазначимо, що імпульсні системи другого і першого порядків на відміну від безперервних систем такого самого порядку, можуть бути нестійкими при додатних коефіцієнтах характеристичного рівняння (6.5).

Завдання до теми. Визначити за критерієм Гурвіца стійкість замкнутої імпульсної системи з одиничним відємним зв'язком, якщо дискретна передавальна функція розімкнутої системи має вигляд W(z), табл. 5.1.

Приклад 6

Дана передавальна функція розімкнутої імпульсної системи W(z). За формулою $W_з(z) = W(z)/[1+W(z)]$ отримаємо передавальну функцію замкнутої імпульсної системи. Знаменник функції $W_з(z)$, прирівняний до нуля буде характеристичним рівнянням замкнутої імпульсної САУ, наприклад:

$$25z^3 - 5z^2 - 10z - 1 = 0.$$

Далі виконуємо w-перетворення цього виразу:

$$25\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^3 - 5\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2 - 10\left(\frac{1+w}{1-w}\right) - 1 =$$

$$= \frac{25(1+w)^3 - 5(1+w)^2(1-w) - 10(1+w)(1-w)^2 - (1-w)^3}{(1-w)^3} = \frac{21w^3 + 93w^2 + 77w + 9}{(1-w)^3} = 0.$$

Перетворене характеристичне рівняння має вигляд:

$$a_0'w^3 + a_1'w^2 + a_2'w + a_3' = 21w^3 + 93w^2 + 77w + 9 = 0.$$

Усі коефіцієнти a_i' цього рівняння більше нуля, крім того діагональний мінор другого порядку $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1' & a_3' \\ a_0' & a_2' \end{vmatrix} = a_1'a_2' - a_0'a_3' = 93 \cdot 77 - 21 \cdot 9 = 6972 > 0$, тому дана імпульсна система стійка.

Контрольні питання

1. Як визначити стійкість імпульсної системи за коренями характеристичного рівняння на площини коренів s, на площині коренів z, на площини коренів w?
2. Що є межею стійкості на площини s, на площині z, на площини w?
3. Чому неможливо застосувати характеристичне рівняння від змінної s для дослідження імпульсних систем за критерієм Гурвіца?
4. Як виконується дослідження стійкості імпульсної системи за критерієм Гурвіца?
5. У чьому полягає білінійне w-перетворення?

Література: [1, 2].

Практичне заняття № 7. Дослідження стійкості імпульсних САУ за частотними критеріями стійкості: Михайлова, Найквіста, критерієм Найквіста у логарифмічній формі

Мета роботи: навчитись визначати стійкість імпульсної системи за частотними критеріями стійкості.

Під час дослідження стійкості *за критерієм Михайлова* використовують характеристичне рівняння замкнутої системи (6.3), в якому виконують підстановку $z = e^{j\overline{\omega}} = \cos\overline{\omega} + j\sin\overline{\omega}$. Тоді рівняння набуває вигляду:

$$D(e^{j\overline{\omega}}) = a_0\cos(n\overline{\omega}) + ja_0\sin(n\overline{\omega}) + a_1\cos((n-1)\overline{\omega}) + ja_1\sin((n-1)\overline{\omega}) + \\ ... + a_{n-1}\cos\overline{\omega} + ja_{n-1}\sin\overline{\omega} + a_n = X(\overline{\omega}) + jY(\overline{\omega}), \qquad (7.1)$$

де

$$X(\overline{\omega}) = a_0\cos(n\overline{\omega}) + a_1\cos((n-1)\overline{\omega}) + ... + a_{n-1}\cos\overline{\omega} + a_n; \\ Y(\overline{\omega}) = a_0\sin(n\overline{\omega}) + a_1\sin((n-1)\overline{\omega}) + ... + a_{n-1}\sin\overline{\omega}. \qquad (7.2)$$

Змінюючи частоту $\overline{\omega}$ від 0 до π, за формулами (7.2) на комплексній площині будуємо криву – годограф вектора $D(e^{j\overline{\omega}})$ (годограф Михайлова). За виглядом цього годографу робимо висновок про стійкість імпульсної системи.

Імпульсна САУ стійка, якщо годограф вектора $D(e^{j\overline{\omega}})$ при змінюванні частоти $\overline{\omega}$ від 0 до π починається на додатній дійсній півосі та обходить у додатному напрямку (проти ходу стрілки годинника) послідовно 2n квадрантів, ніде не перетворюючись на нуль; n – порядок характеристичного рівняння.

На відміну від безперервних систем годограф не прямує до нескінченності, а закінчується на дійсній осі, крім того, годограф проходить удвічі більше квадрантів. Якщо годограф $D(e^{j\overline{\omega}})$ проходить через початок координат, то система знаходиться на межі стійкості.

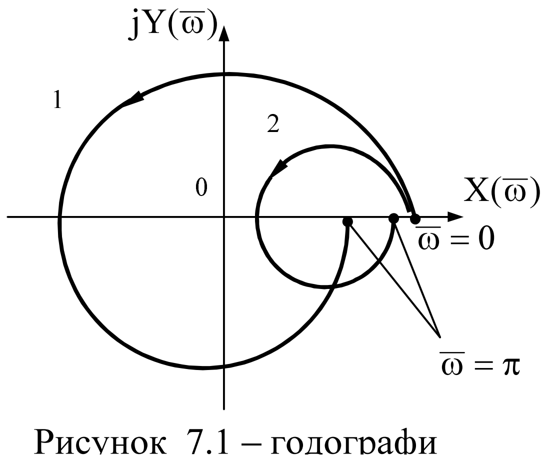

Рисунок 7.1 – годографи

На рис. 7.1 наведені годографи векторів $D(e^{j\overline{\omega}})$ для стійкої (крива 1) і нестійкої (крива 2) систем.

Під час дослідження стійкості замкнутих імпульсних систем за критерієм Найквіста використовують АФЧХ розімкнутої системи:

1. Якщо система стійка у розімкнутому стані або нейтральна, тобто має нульові полюси s_i, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкнутої системи при змінюванні відносної частоти $\overline{\omega}$ від 0 до π не охоплювала точку з координатами (–1; j0) і не проходила через неї.

2. Якщо система нестійка у розімкнутому стані, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкнутої системи при змінюванні відносної частоти $\overline{\omega}$ від 0 до π охоплювала точку з координатами (–1; j0) k/2 разів, де k – кількість коренів характеристичного рівняння безперервної частини розімкнутої системи, що мають додатну дійсну частину (k – це одночасно кількість коренів z_i характеристичного рівняння розімкнутої імпульсної системи, модулі яких більші за одиницю).

Тобто формулювання критерію Найквіста для імпульсних систем залишається таким самим, як і для безперервних систем. Але АФЧХ імпульсних систем при $\overline{\omega} = \pi$ закінчуються на дійсній осі, а не на початку координат, як для безперервних систем при $\omega \to \infty$.

Зробити висновок про стійкість розімкнутої імпульсної системи можна на підставі перевірки стійкості її безперервної частини, оскільки полюси передавальних функцій безперервної $W_p(s)$ та імпульсної $W(s)$ розімкнутих систем співпадають.

Стійкість замкнутої імпульсної системи можна визначити *за критерієм Найквіста у логарифмічній формі*, за логарифмічними частотними характеристиками розімкнутої імпульсної системи: ЛАЧХ – $L(\lambda)$ і ЛФЧХ – $\varphi(\lambda)$. Стосовно логарифмічних характеристик критерій Найквіста формулюється так:

1. якщо система стійка у розімкнутому стані або нейтральна, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб на частоті зрізу $\bar{\lambda}_{зр}$, фаза за модулем була менша за π;

2. якщо система нестійка у розімкнутому стані, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб при $L(\bar{\lambda}) > 0$ кількість перетинів фазовою характеристикою рівня «–π» знизу вгору була в k/2 разів більшою кількості перетинів у протилежному напрямку; k – кількість коренів характеристичного рівняння безперервної частини розімкнутої системи, що мають додатну дійсну частину (k – це одночасно кількість коренів z_i характеристичного рівняння розімкнутої імпульсної системи, модулі яких більші за одиницю).

Завдання до теми. Визначити за логарифмічними частотними характеристиками розімкнутої імпульсної системи стійкість замкнутої системи, якщо дискретна передавальна функція розімкнутої системи має вигляд W(z), табл. 5.1.

Приклад 7

Визначити стійкість замкнутої імпульсної системи, якщо передавальна функція розімкнутої W(z) дорівнює:

$$W(z) = \frac{10z(z+0,8)(z+0,1)}{(z-1)(z-0,2)(z-0,5)}.$$

Полюси передавальної функції розімкнутої системи: z_1=1; z_2=0,2; z_3=0,5. Тому розімкнута система нейтральна (z_1=1) і для дослідження стійкості замкнутої системи застосовуємо перше формулювання критерію Найквіста у логарифмічній формі.

Виконаємо w-перетворення за допомогою підстановки (5.2),

$$W(w) = \frac{10(1+w)(0,2w+1,8)(0,9w+1,1)}{2w(1,2w+0,8)(1,5w+0,5)} = \frac{24,75(1+w)(0,111w+1)(0,8182w+1)}{w(1,5w+1)(3w+1)},$$

потім виконаємо підстановку $w = j\bar{\lambda}$ (див. прикл. 5) і отримаємо:

$$W(j\bar{\lambda}) = \frac{24,75(1+j\bar{\lambda})(0,111j\bar{\lambda}+1)(0,8182j\bar{\lambda}+1)}{j\bar{\lambda}(1,5j\bar{\lambda}+1)(3j\bar{\lambda}+1)}.$$

Методика побудови ЛАЧХ – L(λ) і ЛФЧХ – φ(λ) така сама, як і методика побудови ЛАЧХ і ЛФЧХ безперервних систем.

Побудову логарифмічних частотних характеристик за цією передавальною функцією виконаємо за допомогою пакета Matlab, рис. 7.2, рис. 7.3

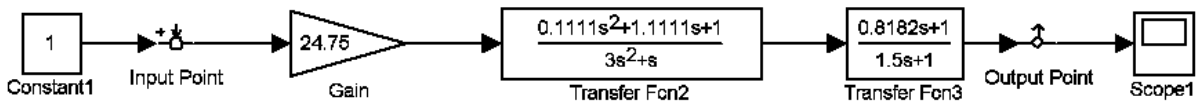

Рисунок 7.2 – Структурна схема розімкненої системи

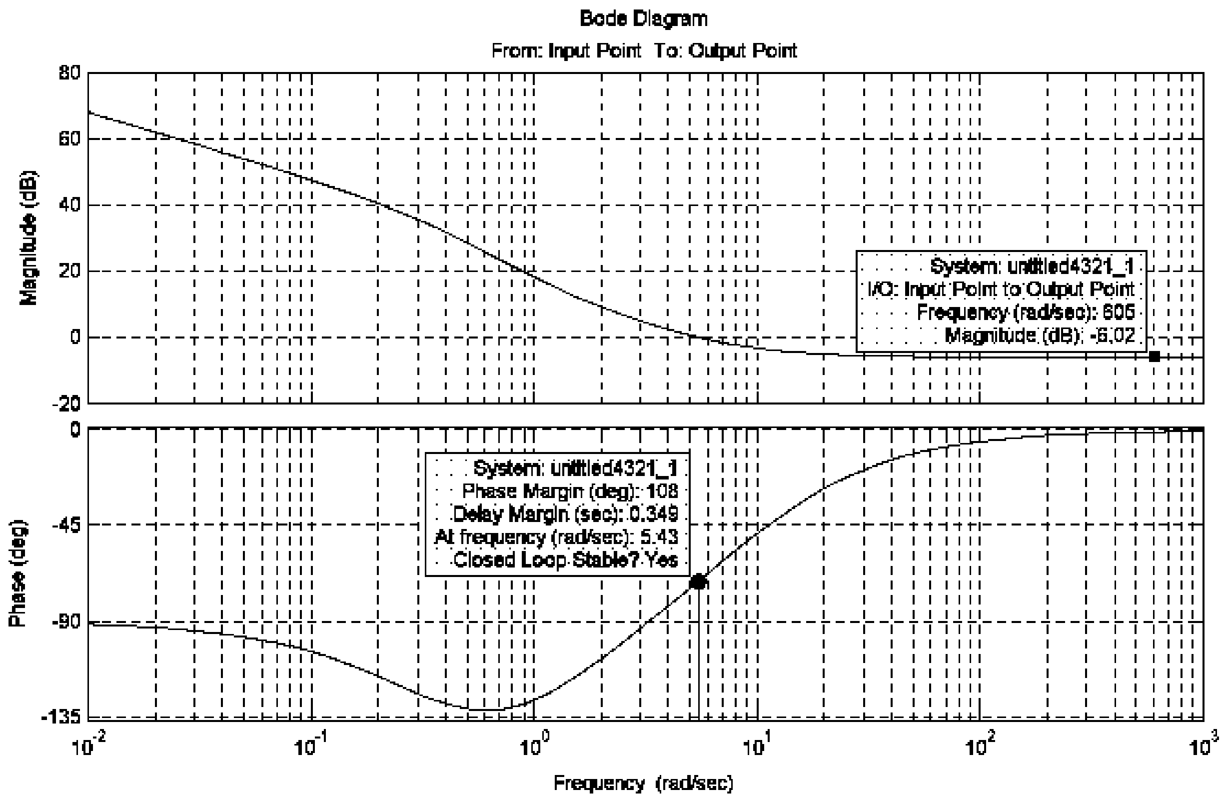

Рисунок 7.3 – Логарифмічні частотні характеристики імпульсної системи

На псевдочастоті зрізу $\bar{\lambda}_{зр}$ фаза за модулем менша за π і дорівнює 72^0, тобто система стійка і має запас стійкості за фазою $\varphi_{зап} = 108^0$, запас стійкості за амплітудою дорівнює 6 дБ.

Контрольні питання

1. Яку підстановку виконують у характеристичному рівнянні імпульсної системи під час дослідження стійкості системи за критерієм Михайлова?

2. Сформулюйте критерій Найквіста для безперервних і імпульсних систем.

3. Чим відрізняється критерій Михайлова для безперервних систем від критерія Михайлова для імпульсних систем?

4. Сформулюйте критерій Найквіста у логарифмічній формі для імпульсних систем.

5.Що таке полюси передавальної функції розімкнутої системи?

Література: [3, 5].

2 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

Для заліку

Види занять	Максимальна сума балів
Лекції	10
Лабораторні роботи	10
Практичні заняття	20
Поточний контроль: (опитування: змістовий модуль 1 – 15 балів, змістовий модуль 2 – 15 балів; контрольні роботи – 20 балів; самостійна робота – 10 балів)	60
Усього	100

Для екзамену

Види занять	Максимальна сума балів
Лекції	10
Практичні заняття	20
Поточний та підсумковий контроль: (опитування: змістовий модуль 3 – 10 балів, змістовий модуль 4 – 10 балів, розрахункові роботи – 10 балів; графічні роботи – 10 балів; самостійна робота – 10 балів)	50
Екзамен	20
Усього	100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90–100	A	відмінно	зараховано
82–89	B	добре	
74–81	C		
64–73	D	задовільно	
60–63	E		
35–59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0–34	F	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Воронов А. А. Теория автоматического управления. Часть вторая / А. А. Воронов / – М.: Высшая школа, 1976. – 362 с.
2. Євстіфєєв В. О. Теорія автоматичного керування. Частина друга. Спеціальні системи автоматичного керування: навчальний посібник / В. О. Євстіфєєв, за редакцією д.т.н. , професора Д. Й. Родькіна / – Кременчук : ПП Щербатих О. В., 2007. – 222 с.
3. Попович М. Г. Теорія автоматичного керування: підручник для студентів вищих технічних закладів освіти / Попович М. Г., Ковальчук О.В./ –К.: Либідь, 1997. –544 с.
4. Иващенко Н. Н. Автоматическое регулирование / Н. Н. Иващенко/ – М. : Машиностроение, 1973. – 608 с.
5. Дьяконов В. П. MATLAB R20067/2007/2008 Simulink 5/6/7. Основы применения. 2-е изд., перераб. и доп. / В. П. Дьяконов/ – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. –776 с.

Методичні вказівки щодо практичних занять з навчальної дисципліни "Теорія автоматичного управління" для студентів усіх форм навчання зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. Частина 2

Укладачі: к.т.н., доц. С. А. Сергієнко,
старш. викл. Г. Г. Юдіна

Відповідальний за випуск, зав. кафедри САУЕ Д. Й. Родькін

Підп. до др. _____________ . Формат 60х84 1/16. Папір тип. Друк ризографія.
Ум. друк. арк.____________ . Наклад__10__прим. Зам. №_____ . Безкоштовно.

Видавничий відділ Кременчуцького національного університету
імені Михайла Остроградського
39600, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 20